



Metody zpracování dat ze senzorů

Obraz z kamery a hloubkoměru

Pavel Krsek, Libor Wagner

březen 2019

- ◆ Matematický popis transformací
- ◆ Obraz z kamery a detekce hran
- ◆ Vyhledání přímk v obraze - Houghova transformace
- ◆ Matematický model kamery - promítání rovnoběžek
- ◆ Pořízení hloubkových dat a jejich reprezentace
- ◆ Nelezení rovin - RANSAC
- ◆ Vztah 3D měření a obrazu

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Matematické vztahy

bod, vektor, rovina, transformace,
homogenní souřadnice

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Eukleidovský prostor (kartézský prostor) $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$, ortonormální báze

\mathbb{R}^2

\mathbb{R}^3

Bod v prostoru

$$\mathbf{p} = [x, y]$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]$$

Lineární transformace

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c \\ y' &= dx + ey + f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + cz + d \\ y' &= ex + fy + gz + h \\ z' &= ix + jy + kz + l \end{aligned}$$

Maticový zápis

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{p} = [x, y]^T, \mathbf{p}' = [x', y']^T$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [c, f]^T$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]^T, \mathbf{p}' = [x', y', z']^T$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [d, h, l]^T$$

\mathbf{R} se nazývá transformační maticí a \mathbf{t} je translační vektor.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Máme dvojici vektorů v \mathbb{R}^3 : $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]$, $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$

Vzájemný úhel dvou vektorů - Skalární součin

Skalární součin: $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 = \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \cos \alpha$

Úhel vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\|}$$

Vektor kolmý na dvojici vektorů - Vektorový součin

Vektorový součin:

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \mathbf{n} \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha$$

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_2q_3 - p_3q_2 \\ p_3q_1 - p_1q_3 \\ p_1q_2 - p_2q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_1 \\ p_3 & 0 & -p_2 \\ -p_1 & p_2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

Normálový vektor:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha}, \quad \|\mathbf{n}\| = 1$$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Definice: Uspořádanou n -tici čísel $[h_1, h_2, \dots, h_n]$ nazýváme homogenními souřadnicemi bodu $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{n-1}]$ v \mathbb{R}^{n-1} pokud platí že $h_1/h_n = p_1$, $h_2/h_n = p_2$, ..., $h_{n-1}/h_n = p_{n-1}$, kde p_1 až p_{n-1} jsou kartézské souřadnice bodu \mathbf{p} .

Vlastnosti homogenních souřadnic

- ◆ Rozšíření prostoru $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathbb{R}^3$ resp. $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}^4$
- ◆ Popis bodu není jednoznačný: $\mathbf{p}_H = [h_1, h_2, \dots, h_n] \sim \lambda[h_1, h_2, \dots, h_n]$, $\lambda \neq 0$
- ◆ Převod z/do homogenních souřadnic

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^2 & & \mathbb{R}^3 \\ \mathbf{p} = [u, v] & \Rightarrow \mathbf{p}_H = [u, v, 1] \\ \mathbf{p}_H = [u, v, w] & \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{u}{w}, \frac{v}{w} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^3 & & \mathbb{R}^4 \\ \mathbf{p} = [x, y, z] & \Rightarrow \mathbf{p}_H = [x, y, z, 1] \\ \mathbf{p}_H = [x, y, z, w] & \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w} \right] \end{aligned}$$

- ◆ Lineární transformace souřadnic

$$\mathbb{R}^2 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{3 \times 3} \mathbf{p}_H \quad \mathbb{R}^3 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{4 \times 4} \mathbf{p}_H$$

- ◆ Afinní transformace souřadnic

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



\mathbb{R}^2 - přímka

\mathbb{R}^3 - rovina

Parametrické vyjádření (parametry s, t)

$$\begin{aligned} u &= u_0 + a_1s \\ v &= v_0 + a_2s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_1s + b_1t \\ y &= y_0 + a_2s + b_2t \\ z &= y_0 + a_3s + b_3t \end{aligned}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s + \mathbf{b}r$$

Obecná rovnice (maticově v homogenních souřadnicích)

$$au + bv + c = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c]$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c, d]$$

Normála \mathbf{n}

$$\mathbf{n} = [a, b] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\mathbf{n} = [a, b, c] / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Vzdálenost Δ bodu \mathbf{p}_1

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Parametrické vyjádření (parametr s)

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_1 s \\ y &= y_0 + a_2 s \quad \equiv \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s \\ z &= y_0 + a_3 s \end{aligned}$$

Průsečík dvou rovin (řešení soustavy lineárních rovnic)

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 &= 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 &= 0 \end{aligned}$$

Řešení soustavy homogenních lineárních rovnic (SVD)

- ◆ Soustava rovnice: $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$, matice \mathbf{A} je známá, hledáme řešení $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- ◆ SVD dekompozice: $\mathbf{A} = [\mathbf{U}|\mathbf{U}_0]_{m \times m} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n \times n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}|\mathbf{V}_0]_{n \times n}^T$
- ◆ Vektor \mathbf{V}_0 je pravým singulárním vektorem odpovídající nulovému vlastnímu číslu matice \mathbf{A} . Řešením je $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$.
- ◆ Pokud matice \mathbf{A} nemá nulové vlastní číslo a \mathbf{V}_0 odpovídá nejmenšímu z nich pak řešení $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$ minimalizuje normu $\mathbf{A}\mathbf{x}$.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Obraz z kamery

Pořízení obrazu, reprezentace a zpracování

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

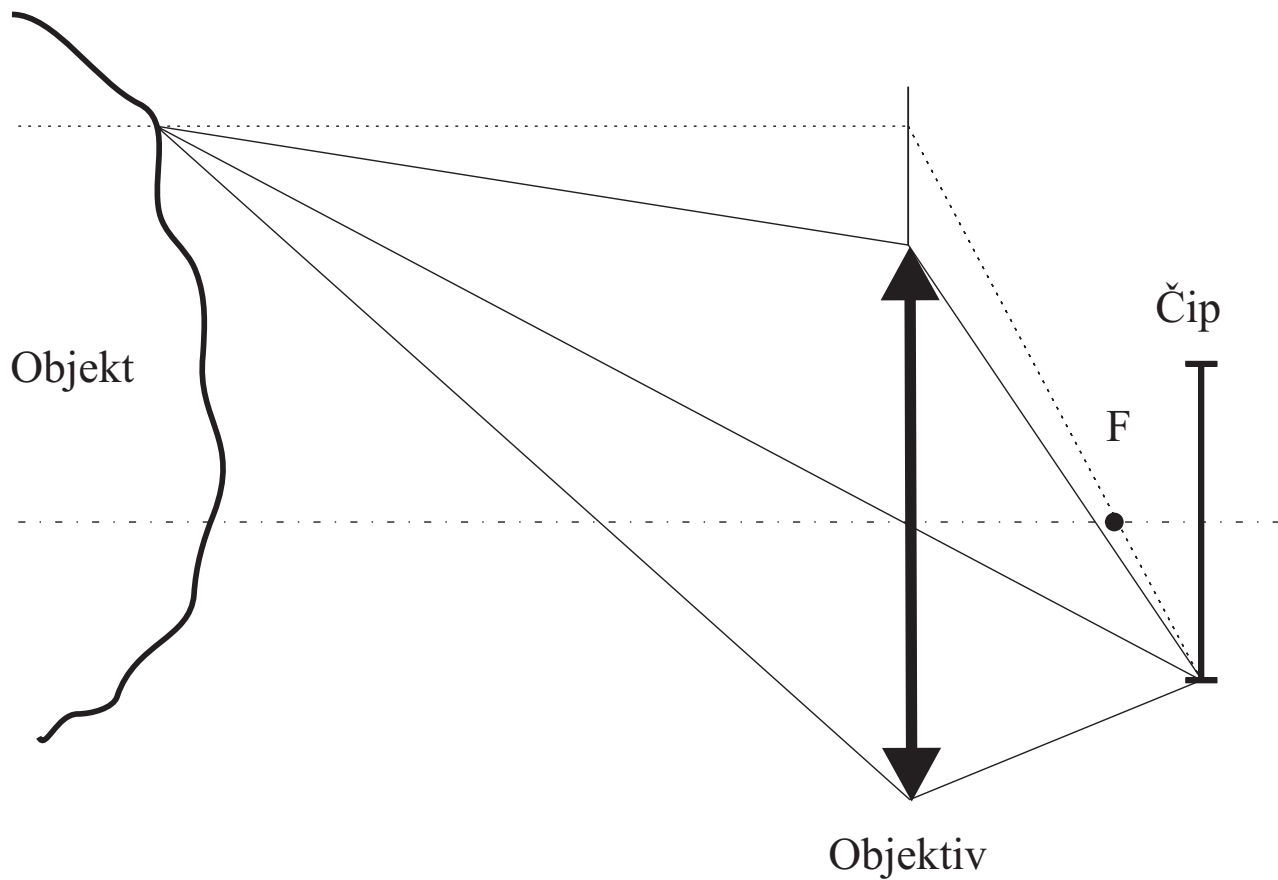
43 44

45 46



Formování obrazu - klasický objektiv

Vzdálenost objektu \gg ohnisková vzdálenost.

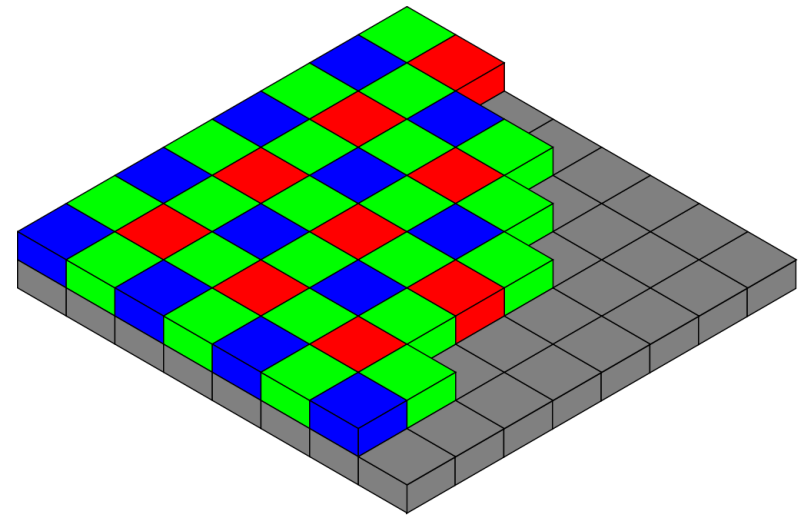
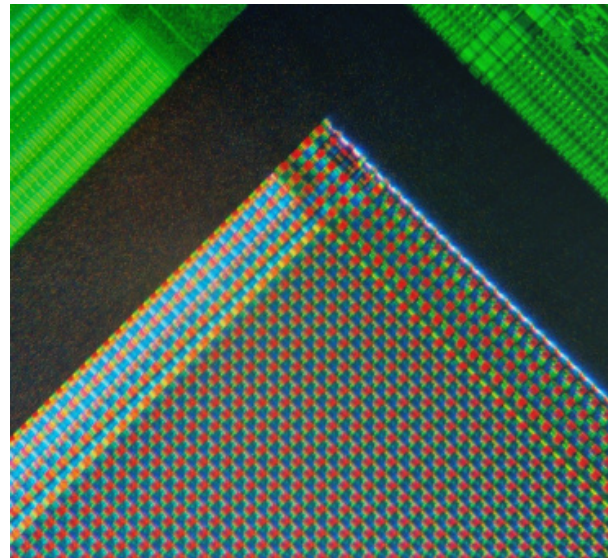
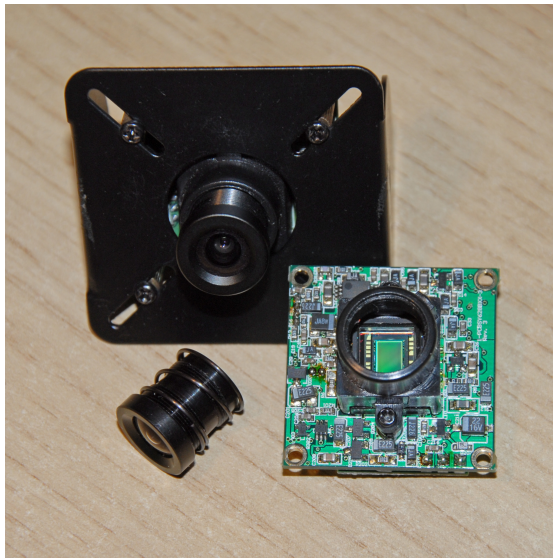


- ◆ Světlo se odráží od povrchu objektu.
- ◆ Odražené světlo promítá objektiv na čip (snímač).
- ◆ Snímač převádí světlo (fotony) na elektrický signál.



Obvyklá realizace snímače

- ◆ Snímač se skládá z jednotlivých citlivých buněk - obrazových bodů.
- ◆ Dopadající světlo (fotony) se v polovodiči mění na nábojové páry (elektron-díra).
- ◆ Nábojové páry se ve statickém elektrickém poli mění na proudové impulzy.
- ◆ Impulzy jsou po dobu expozice integrovány nabíjením/vybíjením kondenzátoru.
- ◆ Obrazové body tvoří pravoúhlou síť se stejnými rozestupy v obou směrech.



1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



RGB snímek



`I = turtle.get_rgb_image()`

`element = I [řádek, sloupec, barva] ∈ ⟨0; 255⟩`

`barva ∈ [0, 1, 2] ≡ B, G, R`

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



RGB snímek

Způsob převodu

1. $I = 0.333I_R + 0.333I_G + 0.333I_B$

2. $I = 0.299I_R + 0.587I_G + 0.114I_B$

Realizace

gray =

```
cv2.cvtColor(im, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
```



1



2

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Jednoduše: Hrana je místo ve snímku, kde se výrazně mění jeho jas (intenzita).

Sobelův hranový detektor

- ◆ Konvoluce obrazu s maskou pro svislé a vodorovné hrany:

$$G_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, G_y = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

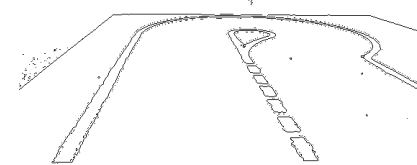
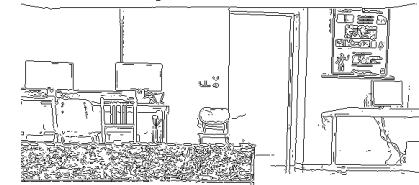
- ◆ Intenzita hrany v daném bodě je $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$.
- ◆ Nastavuje se práh intenzity G .

Metoda Laplacián/Gaussián

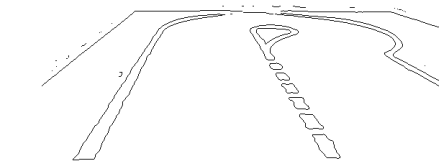
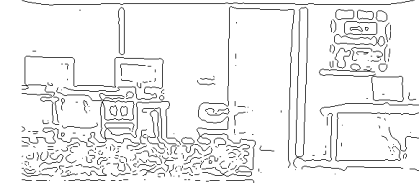
- ◆ Detekce používá Laplaceův operátor kombinovaný s Gausovským filtrem.
- ◆ Detekují se průchody nulou 2. derivace obrazové funkce
- ◆ Nastavuje se práh na detekci hrany a σ filtru.



Vstupní snímek



Sobelův detektor



Laplacián/Gaussián

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Popis algoritmu

1. Omezení vlivu šumu Gaussovým filtrem.
2. Hrany jsou detekovány Sobelovým operátorem.
3. Intenzita hrany vypočtena $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$, směr hrany $\Theta = \text{atan2}(G_y, G_x)$.
4. Provedeno "ztenčení" hran ve směru kolmém na hranu (4 směry). Ponechá pouze body s maximální intenzitou hrany v daném směru.
5. Dvojitě prahování a sledování hrany:
 - ◆ Jsou vybrány body, které mají intenzitu větší než horní práh T_1 (silné hrany).
 - ◆ Postupně jsou jako hranové body označovány body sousedící s hranovými, pokud je intenzita hrany v daném bodě větší než dolní práh T_2 .

Nastavování parametrů

- ◆ Dva prahy T_1 , T_2 a σ Gaussova filtru.

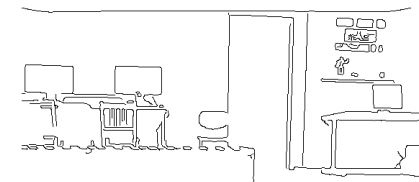
$$T_2 = 0.4T_1$$



$$\sigma = \sqrt{2}, T_1 = 0.01$$



$$\sigma = \sqrt{2}, T_1 = 0.1$$



$$\sigma = \sqrt{2}, T_1 = 0.3$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Houghovy transformace

Detekce přímek v obraze (detekované hrany)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Principy Houghovy transformace

- ◆ Hledáme instance křivky definované rovnicí $f(\mathbf{u}, \mathbf{a}) = 0$, kde \mathbf{u} jsou souřadnice ve snímku a \mathbf{a} je parametrizace hledané křivky.
- ◆ Vstupem jsou obvykle body na hranách (edge detection).
- ◆ Každý hraniční bod může ležet na nekonečně mnoho instancích hledaných křivek.
- ◆ Transformujeme body ze souřadnic snímku do souřadnic parametrů a křivky.

Algoritmus Houghovy transformace

1. Provedeme kvantizaci vektoru parametrů \mathbf{a} .
2. Vytvoříme n -rozměrné pole akumulátoru $\mathbf{A}(\mathbf{a})$, které strukturou odpovídá parametrům \mathbf{a} .
3. Pro každý nalezený hraniční bod $\mathbf{u} = [u, v]$ v obraze budeme inkrementovat všechny prvky akumulátoru $\mathbf{A}(\mathbf{a})$ pro něž platí $f(\mathbf{u}, \mathbf{a}) = 0$.
4. Po započtení všech hraničních bodů platí, že lokální maxima v akumulátoru $\mathbf{A}(\mathbf{a})$ odpovídají jednotlivým instancím křivky $f(\mathbf{u}, \mathbf{a}) = 0$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

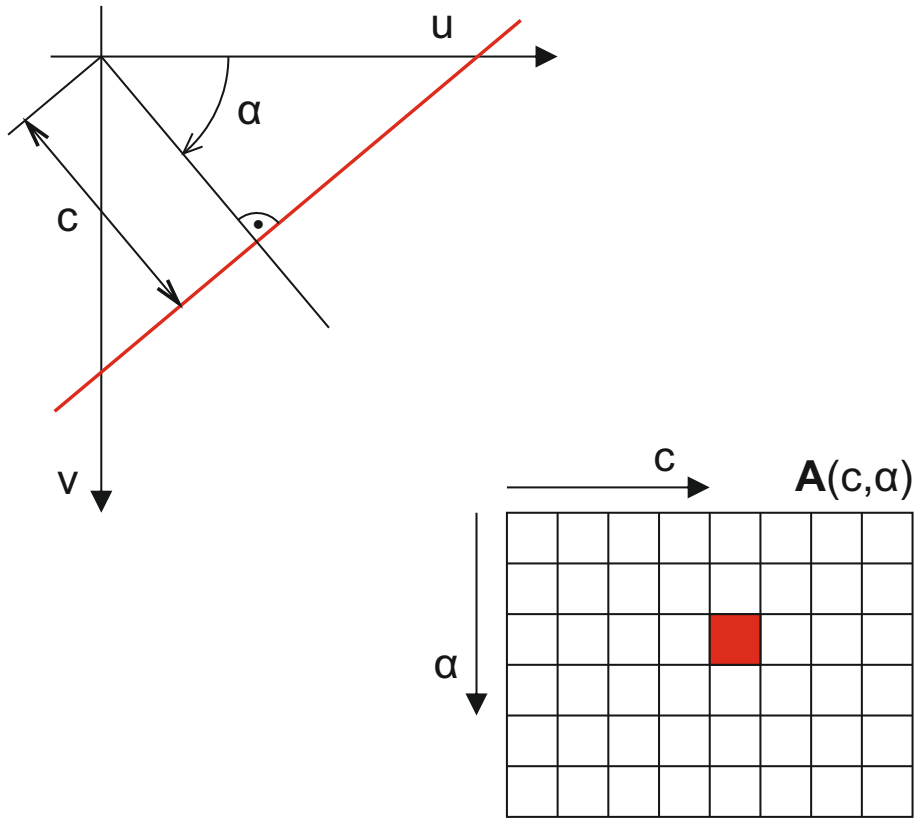
41 42

43 44

45 46

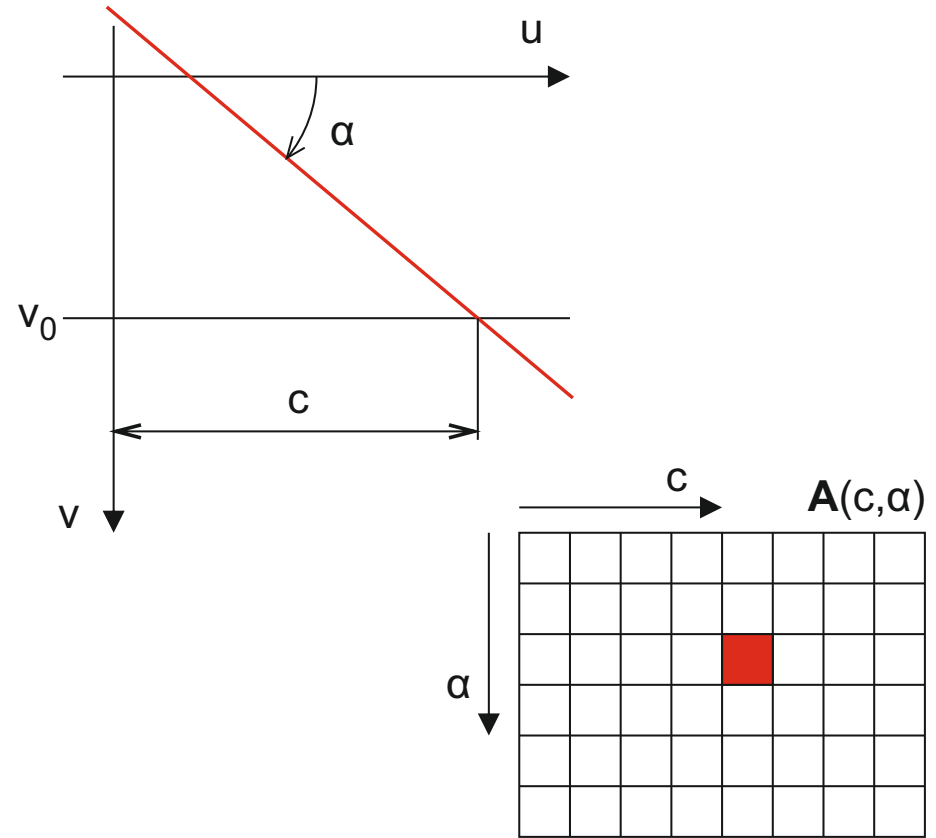


Obvyklá parametrizace



$$u \cos \alpha + v \sin \alpha = c$$

Alternativní parametrizace



$$u - \frac{1}{\tan \alpha} (v_0 - v) = c$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46

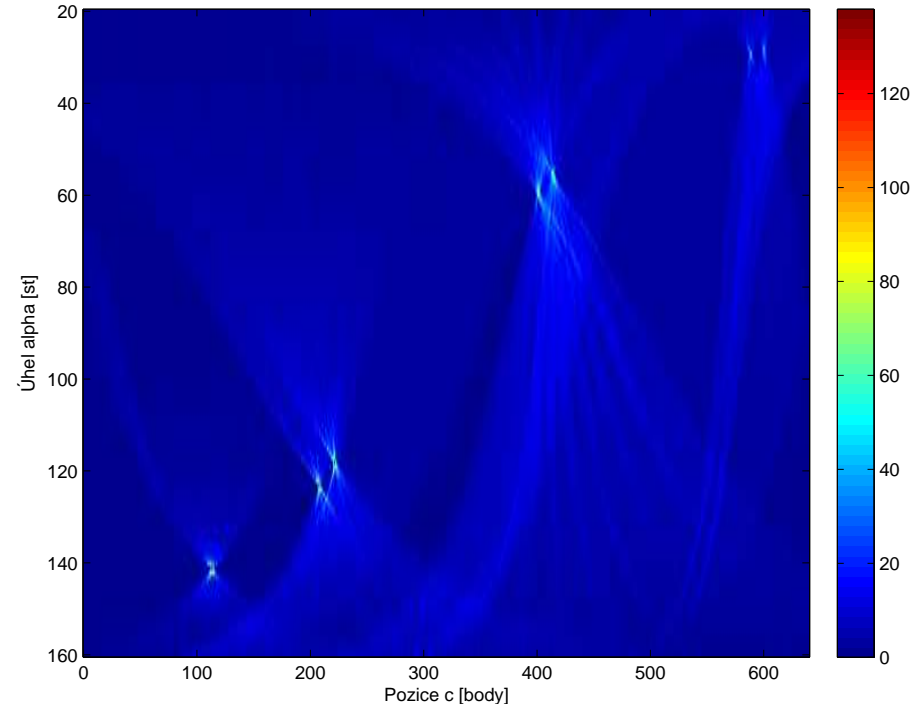


Použití Houghovy transformace

- ◆ Vstupem je seznam bodů na hranách
- ◆ Hledáme parkovací stání na podlaze, proto se omezíme na hranové body s řádkovou souřadnicí > 270 .
- ◆ Rozsah parametrů volíme $\alpha \in \langle 20^\circ; 160^\circ \rangle$ a $c \in \langle 0; 640 \rangle$ obrazových bodů.
- ◆ Kvantizace je 1° a 1 obrazový bod.



Vstupující hranové body



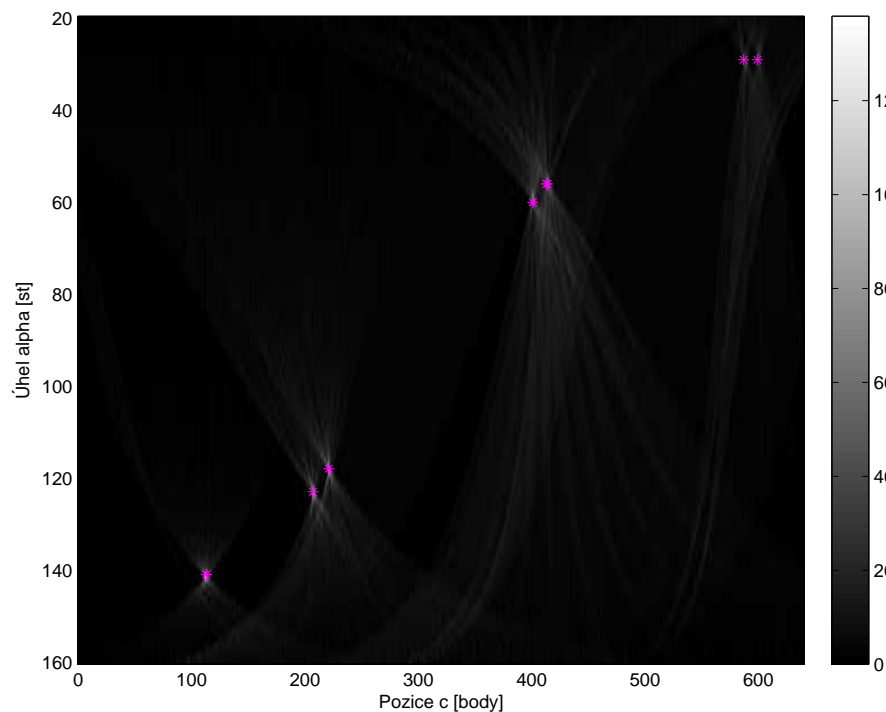
Výsledek transformace

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46

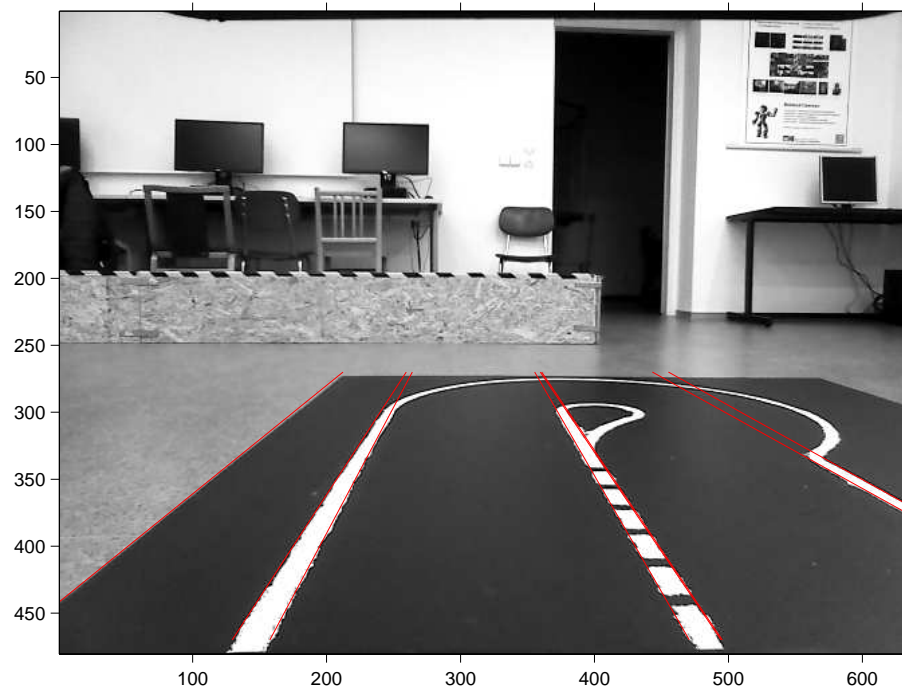


Lokalizace hran

- ◆ Hledáme maxima v transformované obrázku.
- ◆ Maximu zároveň splňuje požadavek na minimální podporu > 30 hranových bodů.
- ◆ Na základě parametrů α a c nalezených maxim konstruueme přímky.



Detekovaná maxima



Odpovídající přímky

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



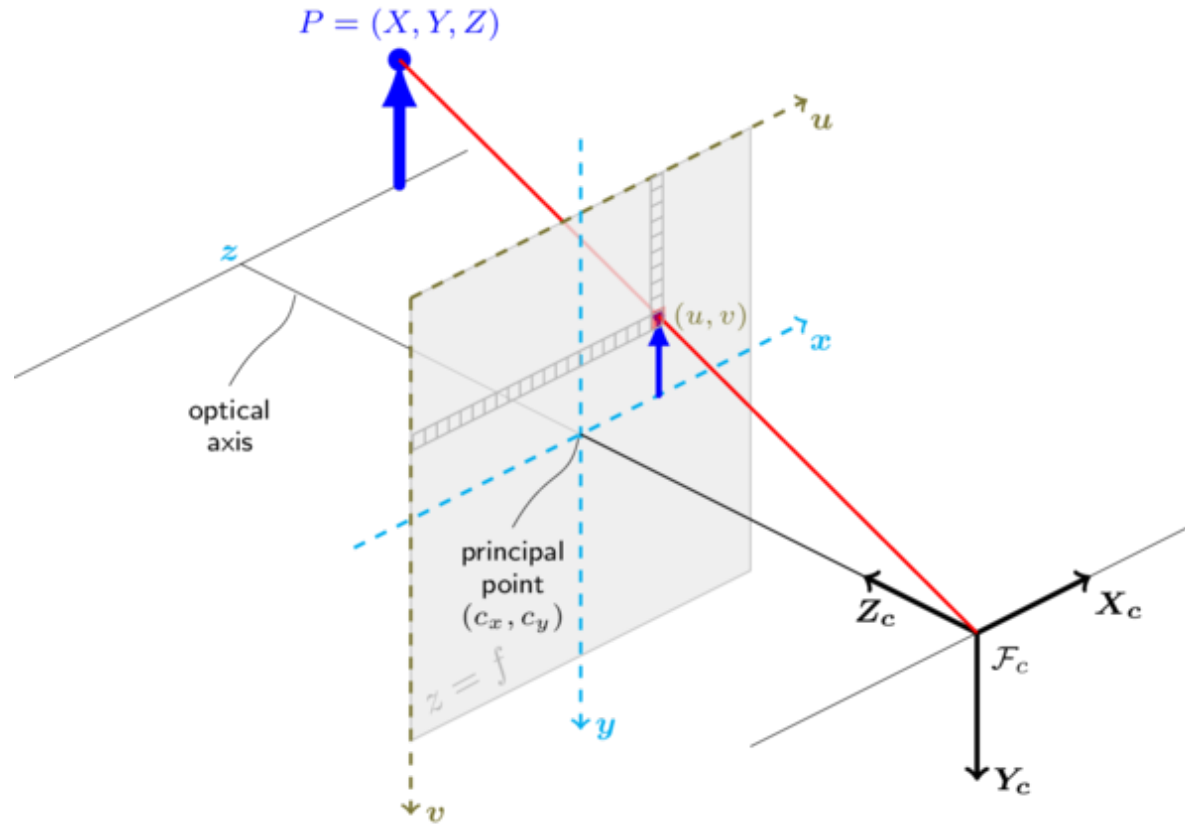
Model kamery

Přepoččet mezi souřadnými soustavami

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



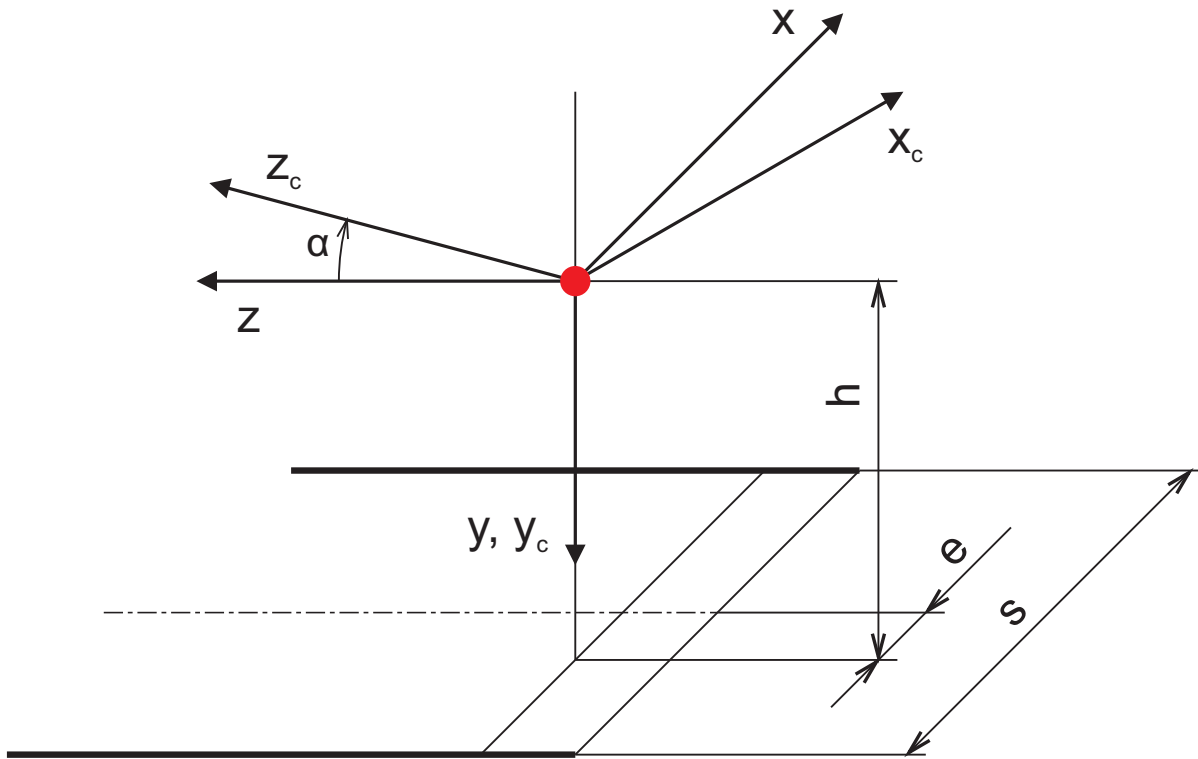
Dírková kamera ~ středové promítání



$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right)$$

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t})$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Rovnice přímky

jedné rovnoběžky

$$X = s/2 - e, Y = h, Z = q,$$

kde q je parametr

Transformace

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t})$$

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Projekce bodu - homogenní souřadnice

$$u' = X f \cos \alpha + Z f \sin \alpha - X u_0 \sin \alpha + Z u_0 \cos \alpha$$

$$v' = Y f - X v_0 \sin \alpha + Z v_0 \cos \alpha$$

$$w' = Z \cos \alpha - X \sin \alpha$$

Projekce přímky v souřadné soustavě obrazu

$$u = \frac{q(f \sin \alpha + u_0 \cos \alpha) + X(f \cos \alpha - u_0 \sin \alpha)}{q \cos \alpha - X \sin \alpha}$$

$$v = v_0 + \frac{Y f}{q \cos \alpha - X \sin \alpha}$$

Úběžník

- ◆ Průsečík rovnoběžek - bod v nekonečnu
- ◆ u, v pro $q \rightarrow \infty$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

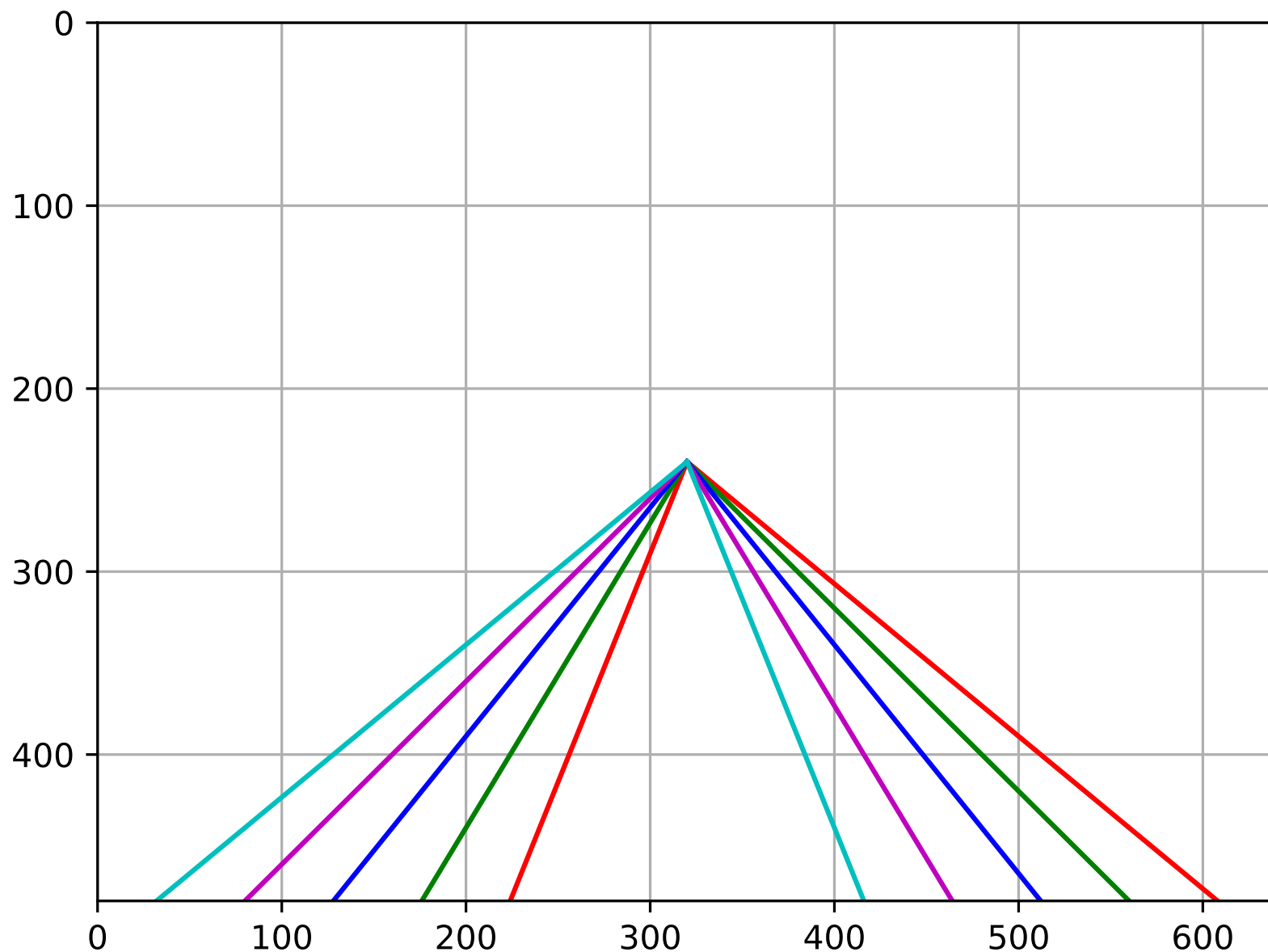
43 44

45 46

Příčný posun kamery



m p



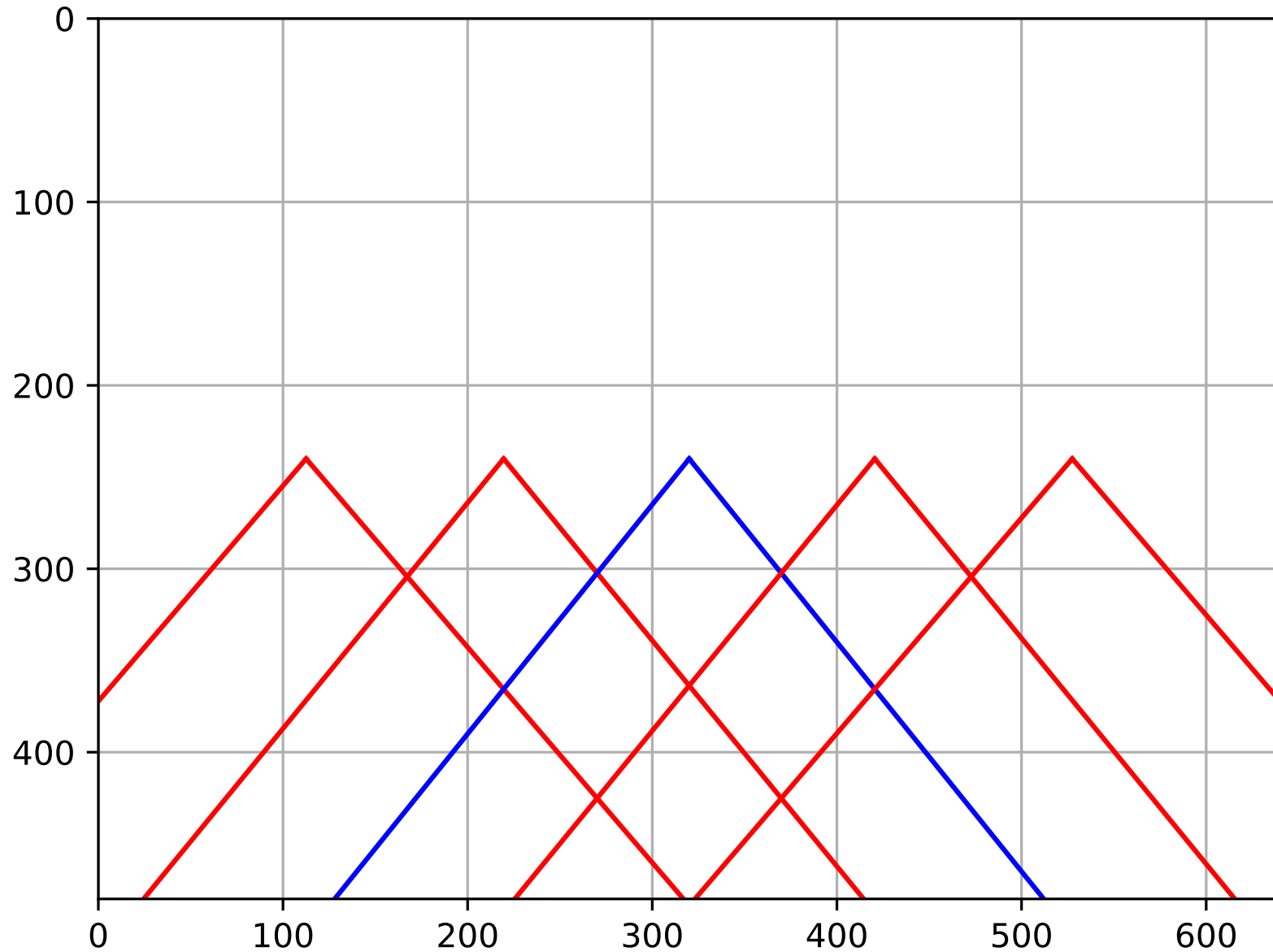
$s = 0.4 \text{ m}, h = 0.25 \text{ m}$
 $e \in \{-0.1, -0.05, 0.0, 0.05, 0.1\} \text{ m}$
 $\alpha = 0^\circ$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46

Otáčení kamery podél svislé osy



m p



$$s = 0.4 \text{ m}, h = 0.25 \text{ m}$$

$$e = 0 \text{ m}$$

$$\alpha \in \{-20^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ\}$$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



3D data

mrak bodů, hloubková mapa
hloubkové snímače (rangefinders)

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

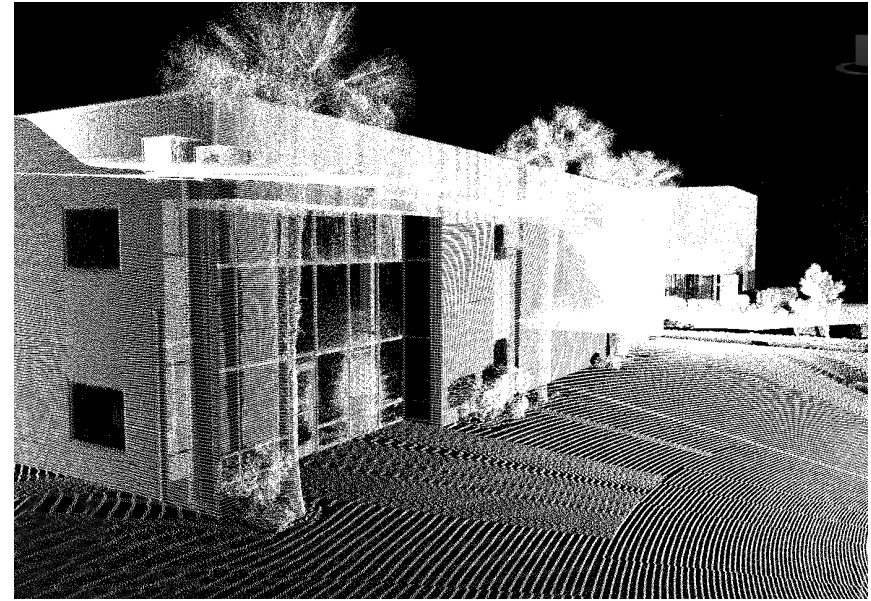
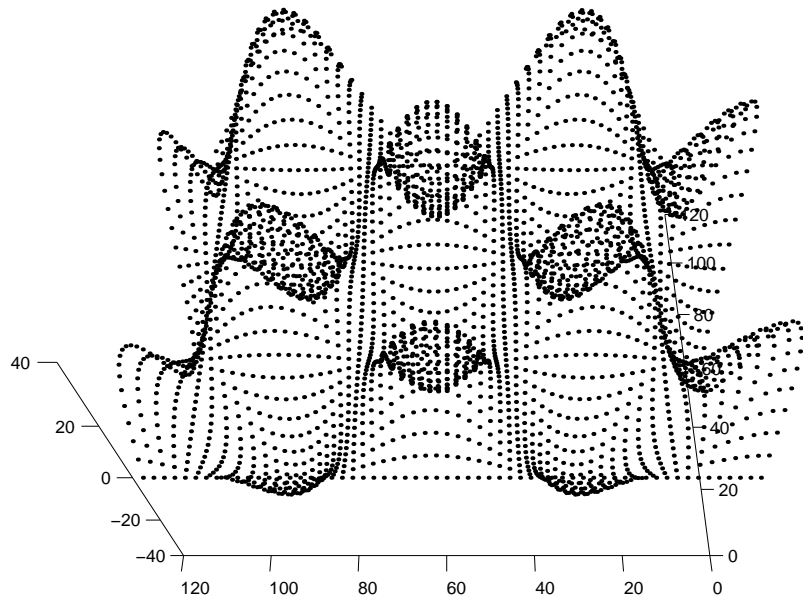
37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Definice: Množina bodů $P = p_i : i = 1...N$

- ◆ Datová struktura generovaná většinou hloubkoměrů
- ◆ Body bez definovaného vzájemného vztahu
- ◆ Body mohou tvořit plochu či těleso

Orázky: <http://www.revittunes.com> a autor

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Depth map

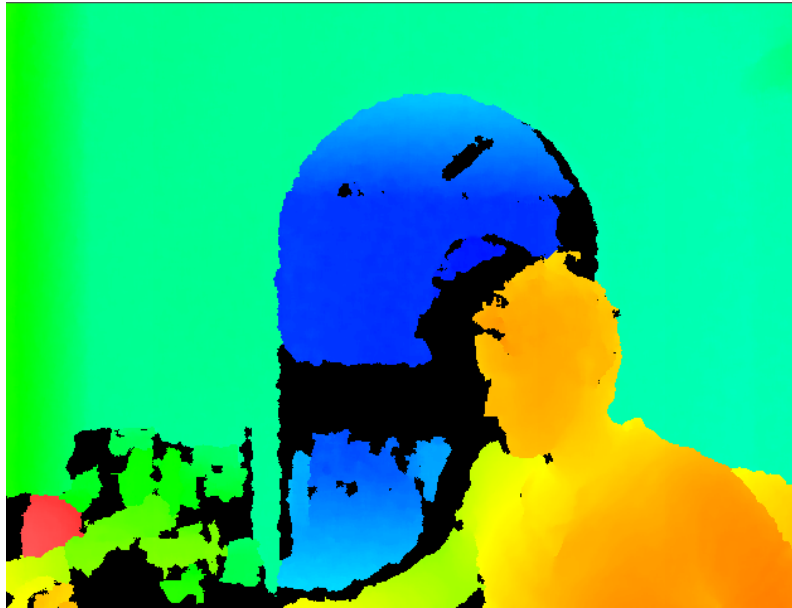


RGB image

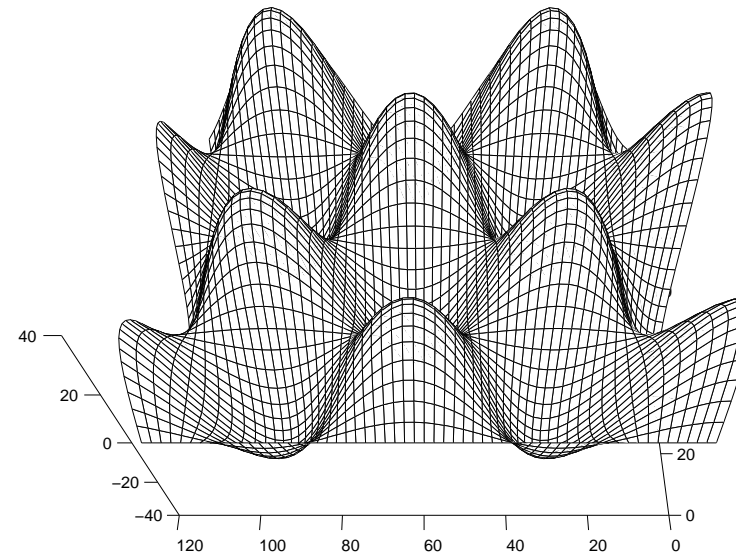
Definice: 2D matice čísel $M_{i,j} \in \mathbb{R}$ která reprezentuje 3. souřadnici (z) zobrazených bodů. 1. a 2. souřadnice (x, y) je definována polohu v této matici.

- ◆ Jednoduchá topologická struktura
- ◆ Rychlé zpracování v matici (filtrování).
- ◆ Hloubková mapa je obvykle v souřadné soustavě senzoru

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



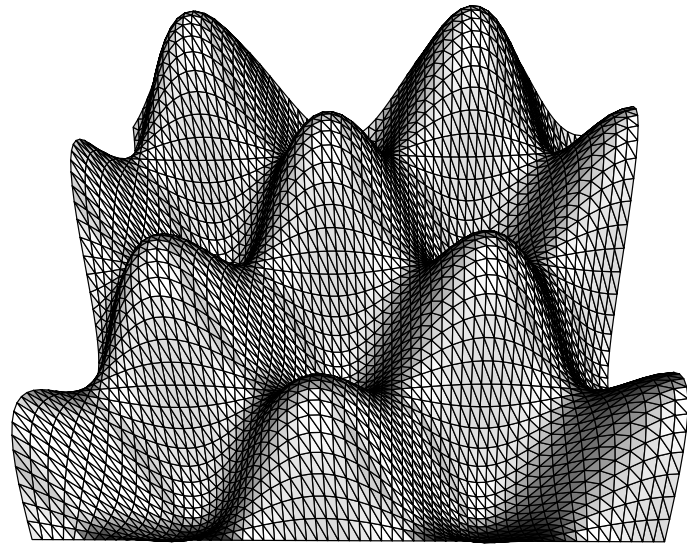
Hloubková mapa



“Mesh”

- ◆ Je nutno řešit reprezentace nezměřených bodů (NaN)
- ◆ Není zřejmé kdy je zobrazená plocha nespojitá
- ◆ Hloubková mapa může popsat pouze funkci $z = f(x, y)$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46

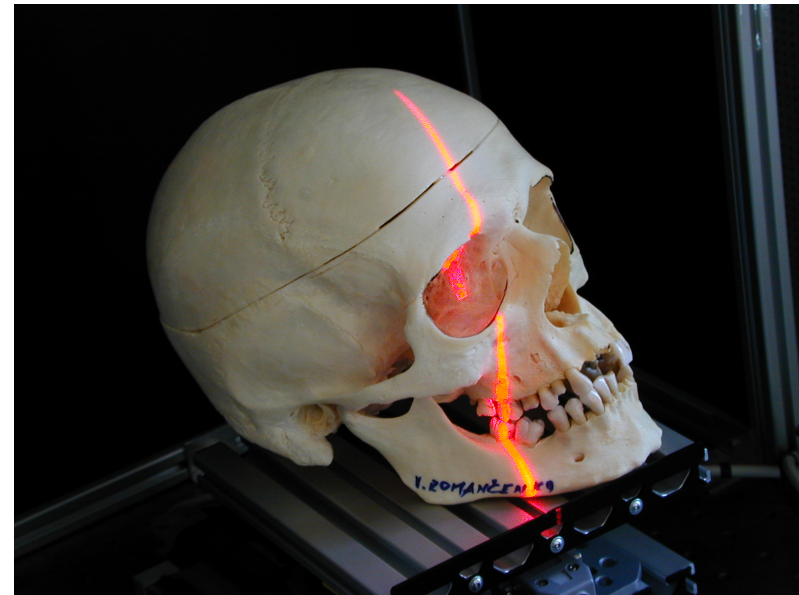
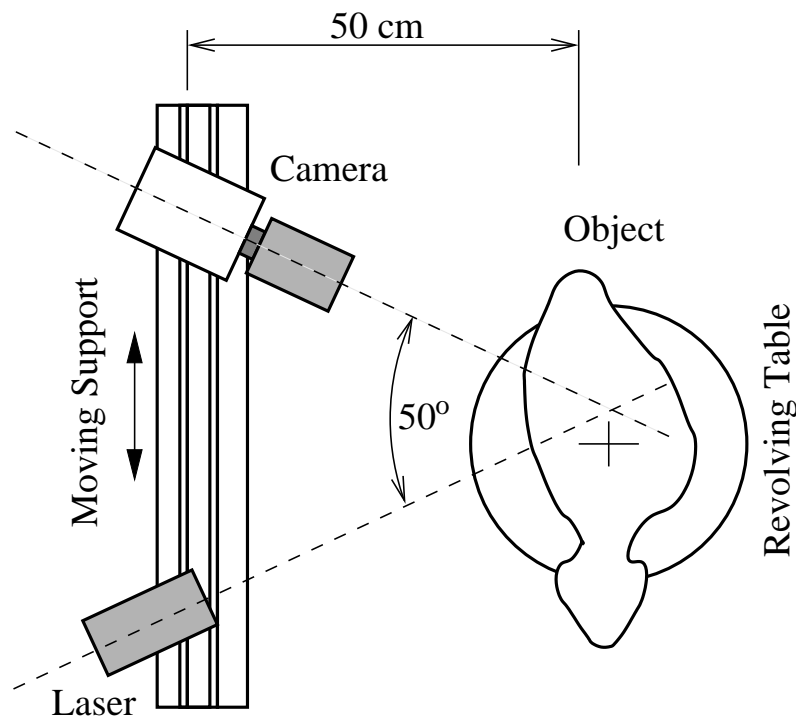
Definice: Množina bodů $P = \{p_i : i = 1 \dots N\}$ a množina trojúhelníků $T = \{t_m : m = 1 \dots M\}$, kde $t_m = \{[p_i, p_j, p_k] : i \neq j \neq k\}$ je trojice bodů z P .

- ◆ Body s relací “sousedství”
- ◆ Trojúhelníky definují povrch (roviny)
- ◆ Trojúhelník může být doplněn o směr normály (vnitřní/vnější prostor)



Hloubkoměr se strukturovaným světlem

- ◆ Projektor (laser) promítá známý vzor
- ◆ Kamera snímá vzor promítnutý na povrch objektu
- ◆ Informace o hloubce se získá triangulací
- ◆ Výstupem je obvykle hloubková mapa



1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46

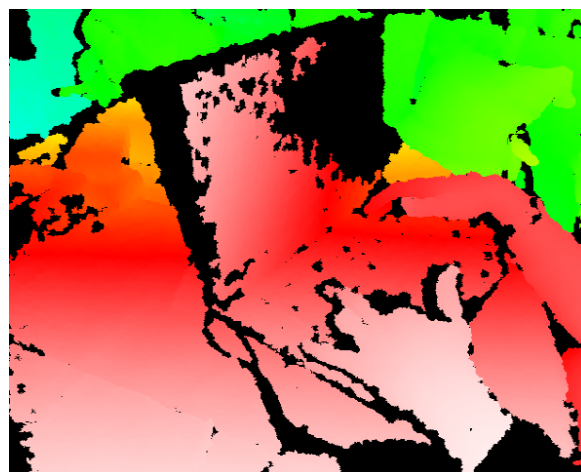


Základní vlastnosti hloubkového snímače

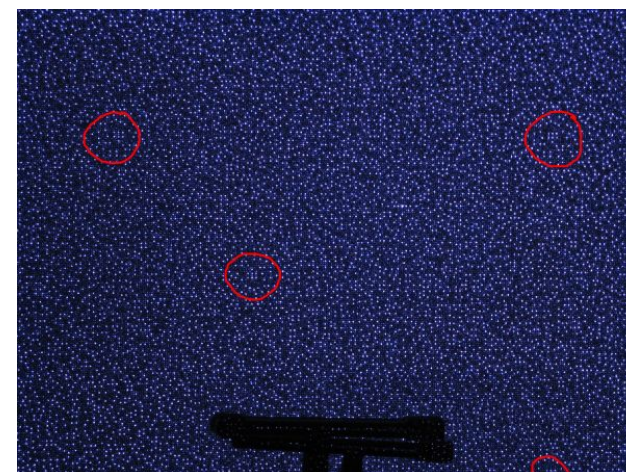
- ◆ Hloubkoměr založený na strukturovaném světle
- ◆ IR vzor promítaný na objekt (matice 3x3)
- ◆ IR kamera měří hloubku, RGB kamera snímá texturu
- ◆ Rozlišení hloubkoměru 640x480, Rozlišení RGB kamery 1280x1024



Obrázek z IR kamery



Hloubková mapa



Promítaný vzor (IR)

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



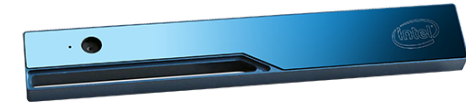
Parametry hloubkových snímačů



Kinect Xbox 360



Orbbec Astra



Realsense R200

FOV [stupňů]:	57 x 45	60 x 49.5	59x 45.5
Rozsah [m]:	1.5 ... 3.5	0.6 ... 8.0	0.5 ... 3.5 (4.0)
Chyba XY [mm]:	10 (2.5m)	7.2 (3m)	—
Chyba Z [mm]:	10 (2.5m)	12.7 (3m)	10 (2m)
Rozlišení [px]:	640x480	640x480	640x480

TurtleBot je osazen snímačem Realsense R200, nebo Orbbec Astra.

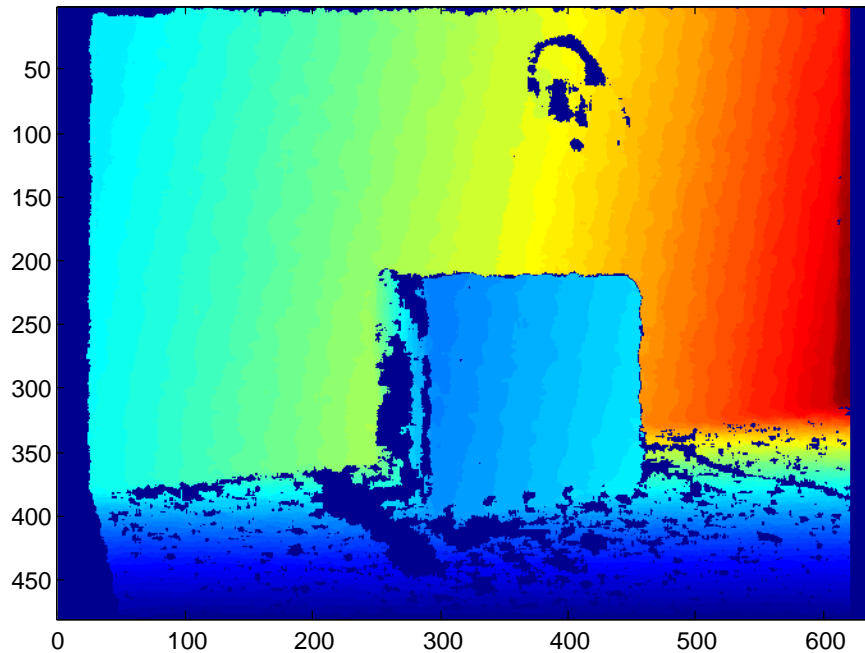
Výrobci

- ◆ <https://developer.microsoft.com/en-us/windows/kinect>
- ◆ <https://software.intel.com/en-us/realsense>
- ◆ <https://orbbec3d.com>



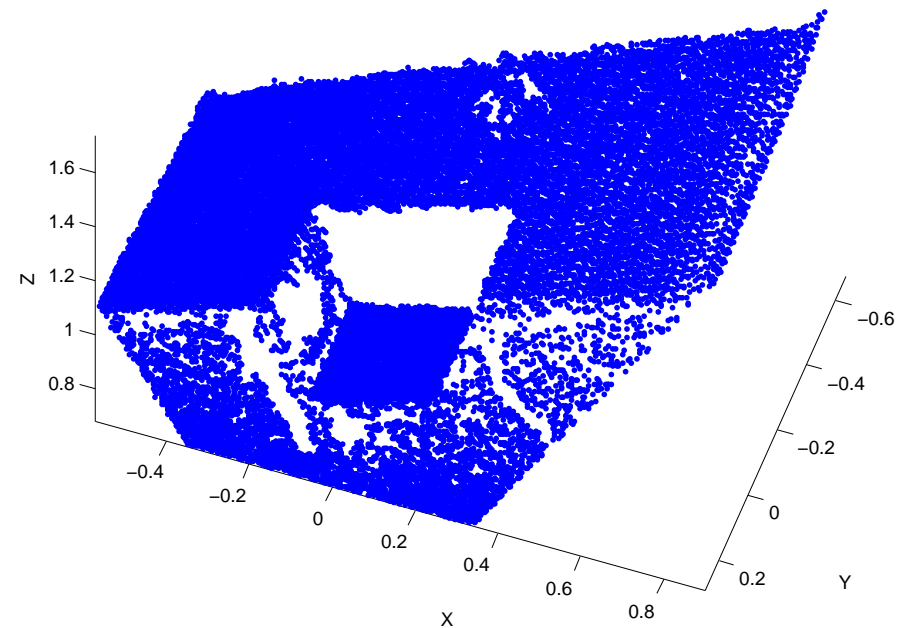
Robot poskytuje:

Hloubková mapa



```
d = turtle.get_depth_image()
element = d[řádek, sloupec] ≡ hloubce
```

Mrak bodů



```
x = turtle.get_point_cloud()
element = x[řádek, sloupec, vrstva]
vrstava ∈ [0, 1, 2] ≡ x, y, z
```

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Metoda RANSAC

detekce a segmentace rovin

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



RANSAC = Random sample consensus for model fitting

Základní vlastnosti algoritmu

- ◆ Algoritmus RANSAC slouží pro odhadování parametrů matematického modelu na základě naměřených dat.
- ◆ Metoda je založena na náhodném vzorkování dat, kdy vybírám minimální množství vzorků, které je nutné pro určení parametrů modelu.
- ◆ Je možné hledat i model, který odpovídá relativně malému počtu dat.
- ◆ Metoda je málo citlivá na přítomnost odlehlých hodnot (outlier) v datech.
- ◆ Obecně není zaručeno, že určíme správné parametry modelu.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



1. Máme n bodů $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$, které chceme aproximovat modelem definovaným m body ($m \leq n$, rovina $m = 3$).
2. Nastavíme čítač iterací na $k = 1$.
3. Náhodně vybereme m bodů z množiny \mathbf{X} a vypočteme model (určíme parametry).
4. Určíme počet bodů t (support) z množiny \mathbf{X} , které odpovídají modelu s uvažování zvolené tolerance e .
5. Zpřesníme model za pomoci všech bodů, které mu odpovídají a aktualizujeme počet těchto bodů pro zpřesněný model t .
6. Uložíme model pokud je počet bodů t větší než u dosud uloženého modelu.
7. Inkrementujeme čítač iterací $k = k + 1$. Pokud čítač k nedosáhl maximálního zadaného počtu opakování K opakujeme algoritmus od bodu 3. Jinak považujeme za výsledek model s maximálním počtem odpovídajících bodů t .
8. Zpřesníme model za pomoci všech bodů, které mu odpovídají.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Počet iterací

- ◆ Nechť p je pravděpodobnost, že algoritmus vybere v některé z iterací pouze body odpovídající modelu (inliers).
- ◆ Na základě znalosti dat můžeme odhadnout pravděpodobnost, že jedním pokusem vybereme bod odpovídající modelu (inliers) jako $w = \# \text{ inliers} / \# \text{ outliers}$.
- ◆ Potom pravděpodobnost, že algoritmus v žádné z k iterací nevybere pouze model odpovídající body je

$$1 - p = (1 - w^m)^k,$$

kde m je počet vybíraných bodů a w^m pravděpodobnost, že budou vybrány v daném kroku pouze body odpovídající modelu.

- ◆ Na základě požadované pravděpodobnosti nalezení správného modelu můžeme stanovit počet iterací

$$k = \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - w^m)}$$

Alternativní ukončení algoritmu

- ◆ Pokud víme, kolik bodů (minimálně) by mělo odpovídat modelu, můžeme stanovit práh T na počet bodů odpovídajících modelu t .
- ◆ Pokud počet odpovídajících bodů přesáhne tento práh T ukončíme iterace.

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

41 42

43 44

45 46



Vstup algoritmu

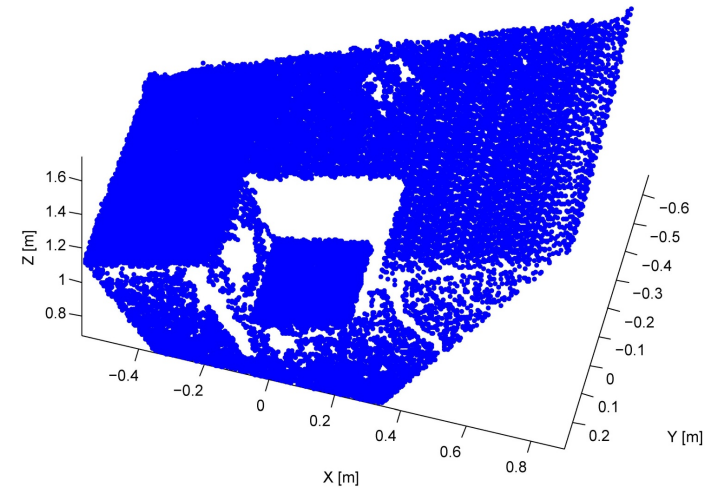
- ◆ Použitý příklad má 256506 bodů
- ◆ V datech je více než jedna rovina

Rozšíření algoritmu pro více rovin

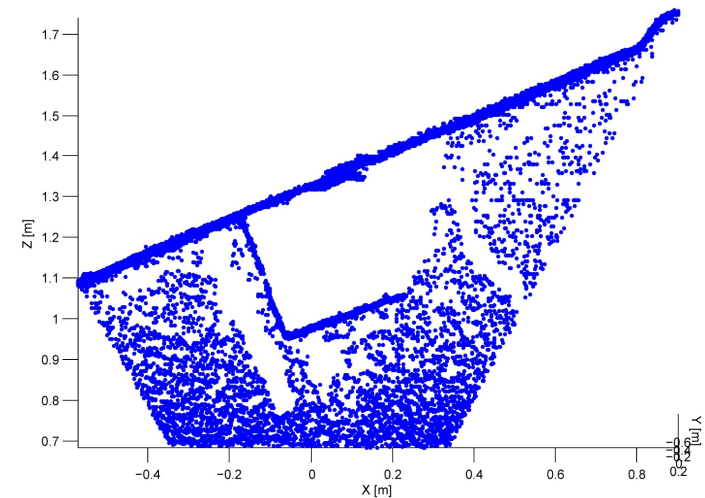
1. Algoritmem RANSAC vyhledáme v datech rovinu.
2. Z dat odebereme body, které odpovídají modelu nalezené roviny.
3. Algoritmus opakujeme od 1 s redukovanými daty.

Zastavení algoritmu

- ◆ Po nalezení zadaného počtu rovin
- ◆ Pokud zbývá méně než zvolený počet nezařazených bodů
- ◆ Pokud nacházené roviny nerepresentují dostatečný počet bodů



data z hloubkoměru

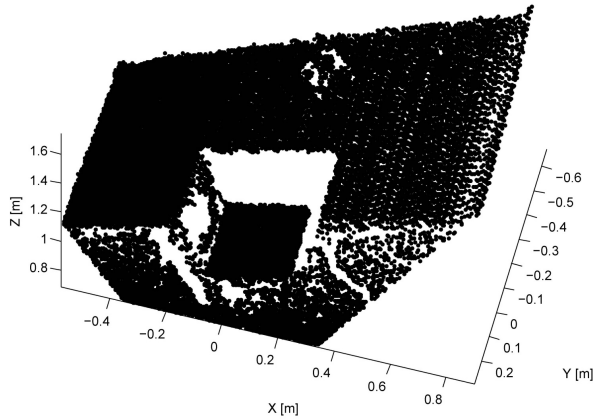


data v půdorysu

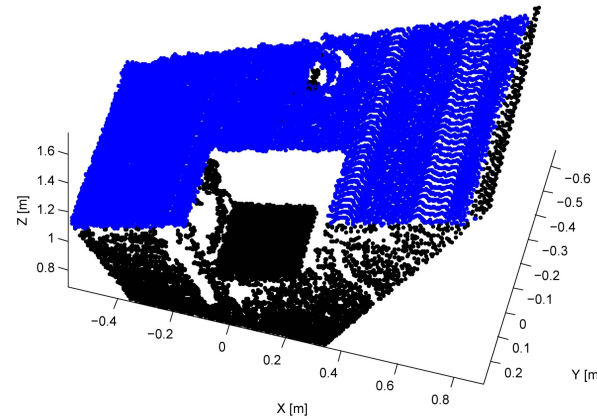
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



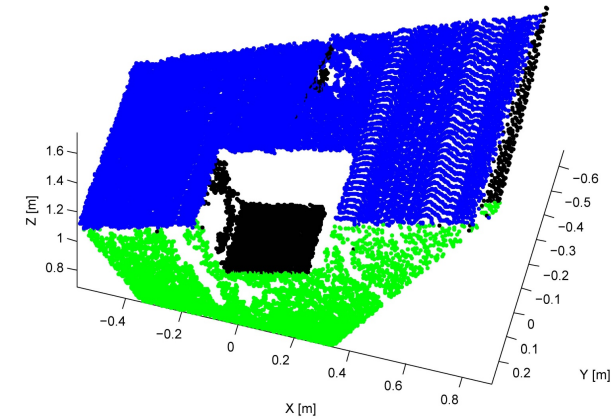
Výsledek opakovaného algoritmu RANSAC



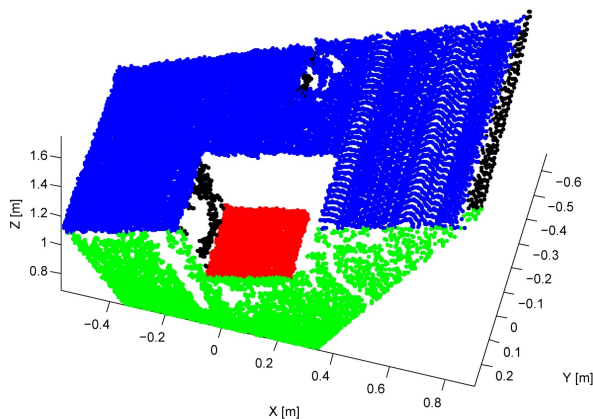
Vstupní mrak bodů



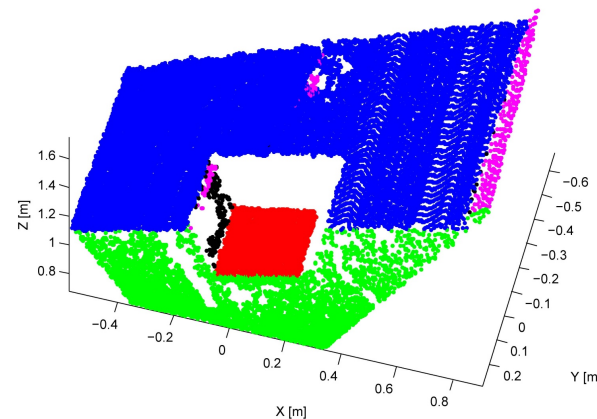
Detekována 1. rovina



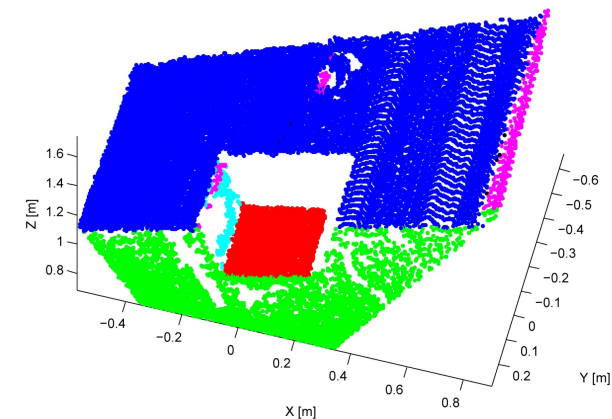
Detekována 2. rovina



Detekována 3. rovina



Detekována 4. rovina

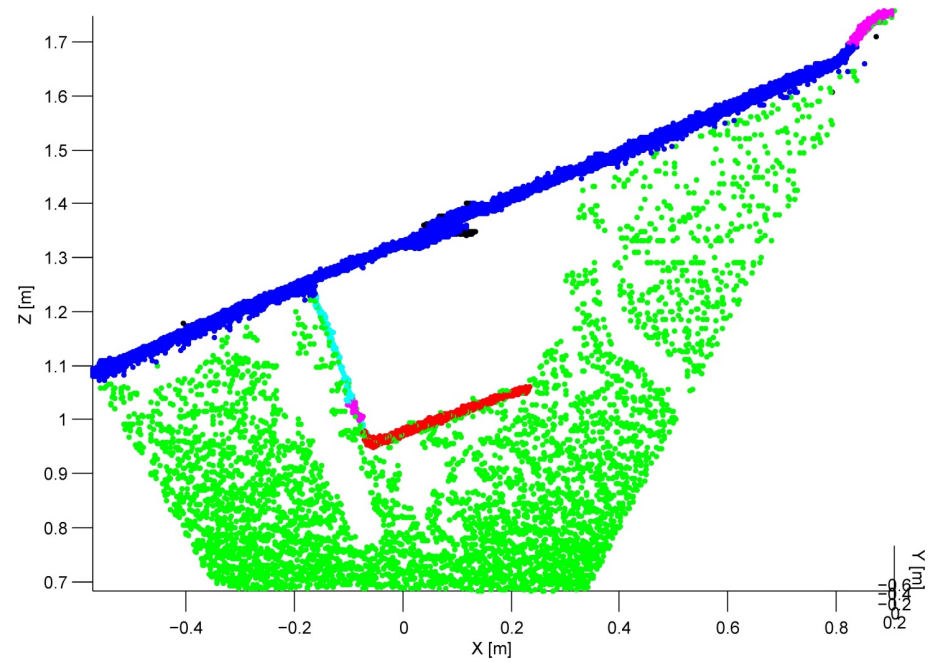
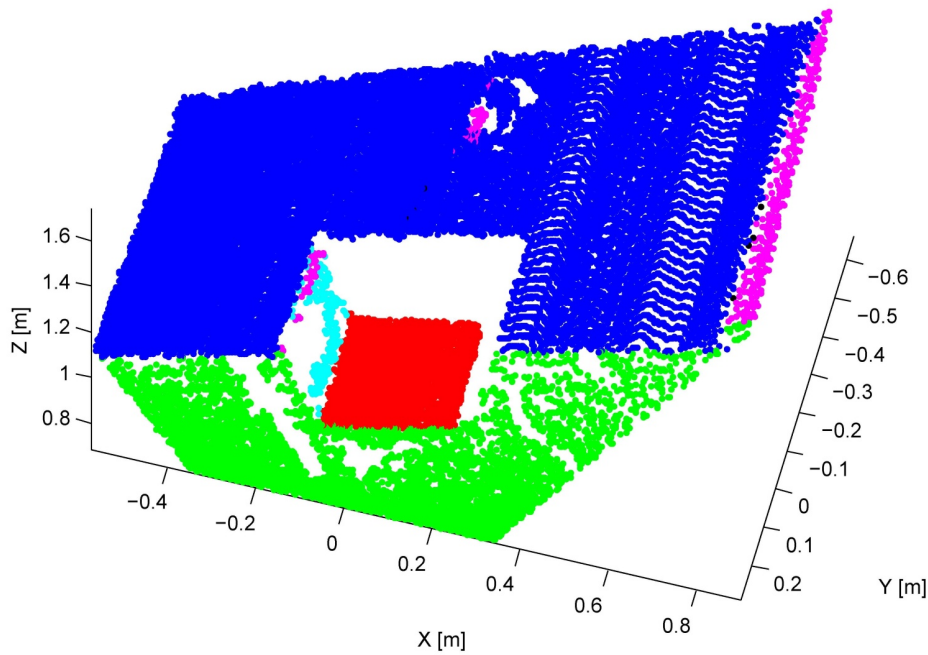


Detekována 5. rovina

- ◆ Algoritmus končí pokud zbývá méně jak 1000 nezařazených bodů.
- ◆ Detekováno bylo celkem 5 rovin.

Počet bodů pro zobrazení redukován na 1/10 bodů

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Parametrický popis nalezených rovin:

Rovina	a	b	c	d
1 modrá	0.384	0.068	-0.921	1.196
2 zelená	-0.005	-0.998	-0.060	0.329
3 červená	0.336	0.061	-0.940	0.896
4 fialová	0.466	0.068	-0.882	1.104
5 sv. modrá	0.941	-0.013	0.338	-0.255

Vzájemné úhly rovin [°]:

	1	2	3	4	5
1	0.0	90.9	2.9	5.2	87.2
2	90.9	0.0	90.3	91.0	90.7
3	2.9	90.3	0.0	8.1	90.1
4	5.2	91.0	8.1	0.0	82.0
5	87.2	90.7	90.1	82.0	0.0

Úhel normál rovin ke svislici [°]:

	1	2	3	4	5
	86.1	3.4	86.5	86.1	89.2

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Kamera a hloubkoměr

Přepočet mezi souřadnými soustavami

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

37 38

39 40

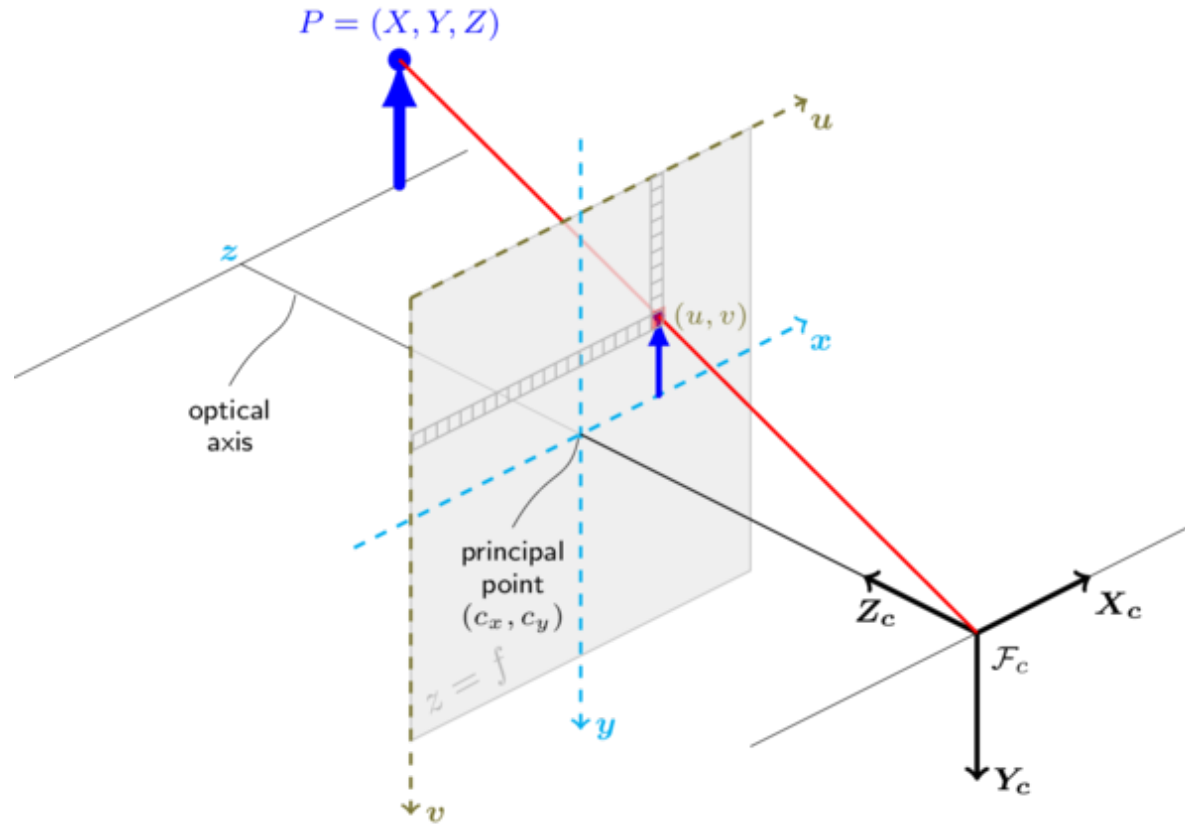
41 42

43 44

45 46



Dírková kamera ~ středové promítání



$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right)$$

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t})$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46

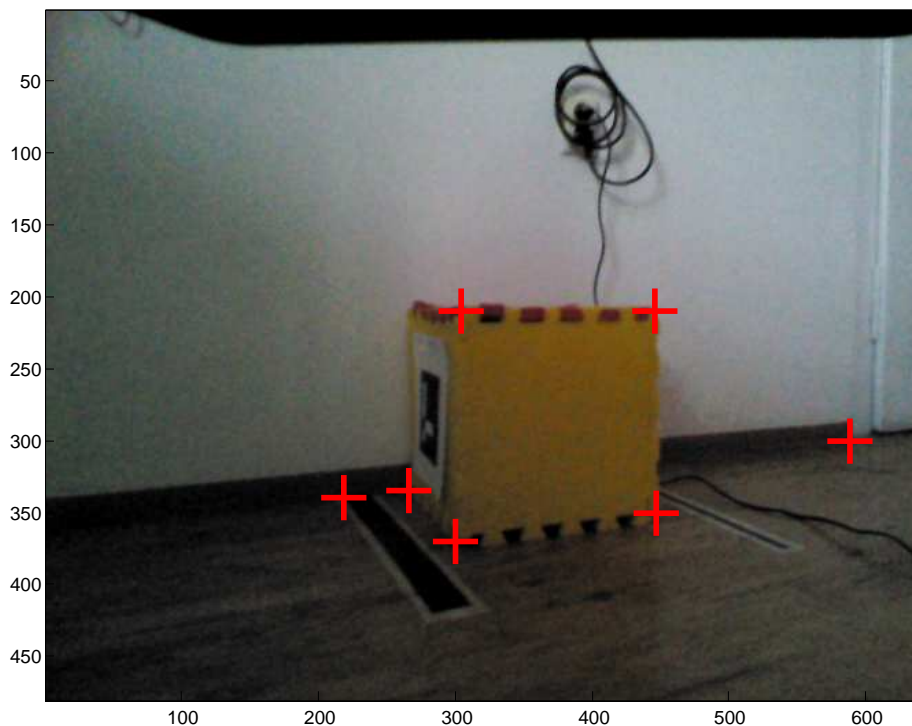


Promítání bodů v obraze do globální souřadné soustavy

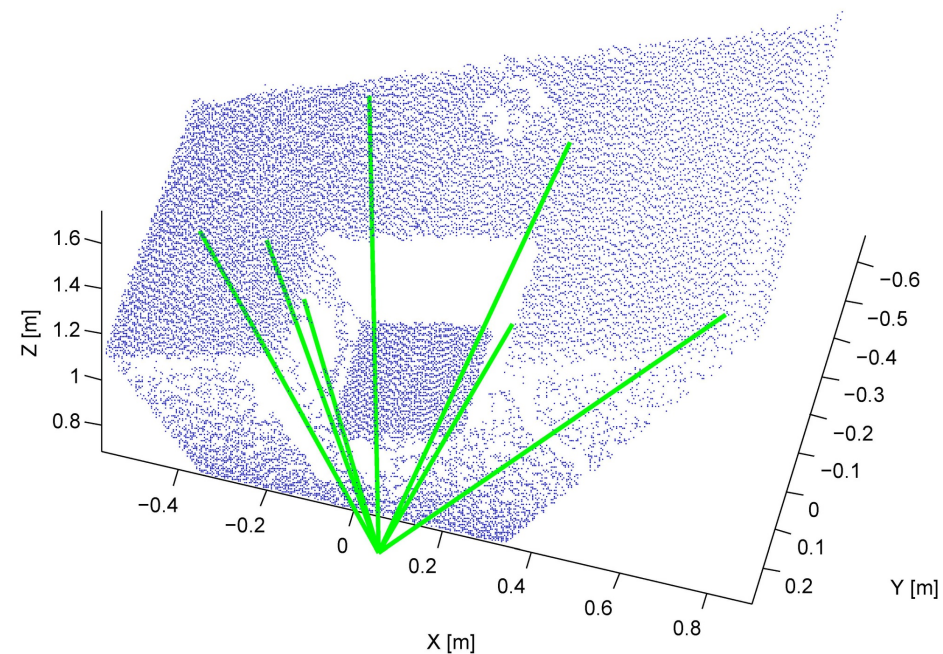
- ◆ Bodu v obraze odpovídá paprsek v prostoru
- ◆ Paprsek je přímka popsaná bodem \mathbf{x} a směrovým vektorem \mathbf{s} .

V souřadné soustavě kamery platí: $1/\lambda \mathbf{s}_C = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{u}$ a $\mathbf{x}_C = [0, 0, 0]$

Po transformaci do globální souřadné soustavy': $\mathbf{s} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}_C$ a $\mathbf{x} = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x}_C - \mathbf{t})$



Body ve snímku



Odpovídající paprsky v prostoru

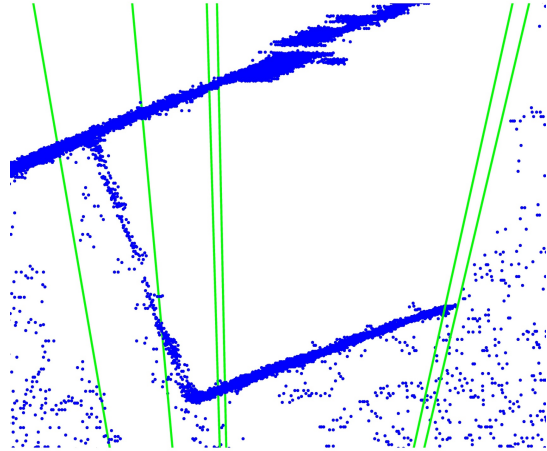
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



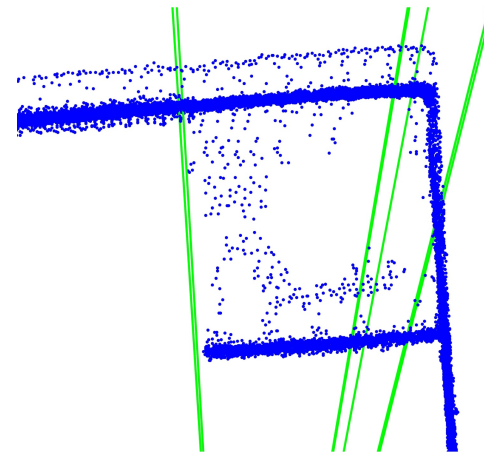
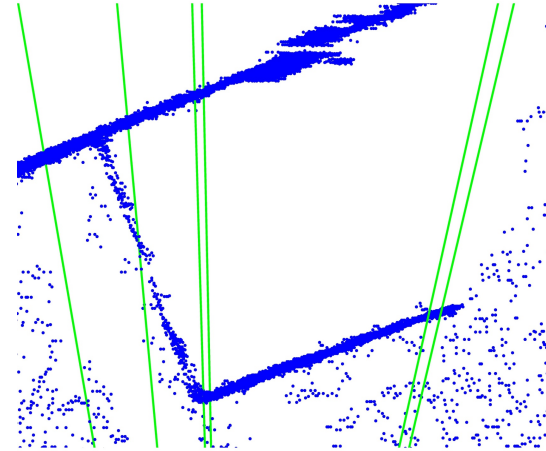
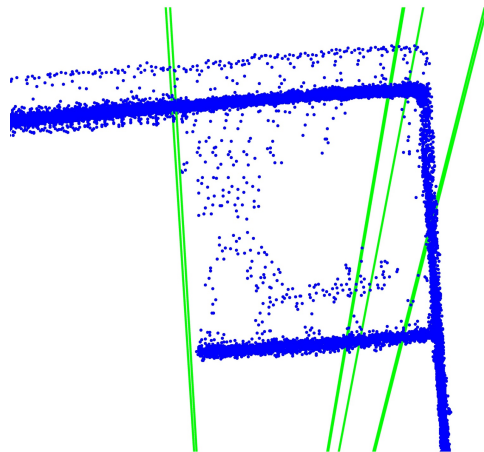
Projekce bodů s ohledem na polohu kamer

Výrobce udávaná vzdálenost RGB a hloubkové kamery je 2,5 cm.

Rovina
X-Z



Rovina
Y-Z



$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, t = [0, 0, 0]$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, t = [0.025, 0, 0]$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22
23	24
25	26
27	28
29	30
31	32
33	34
35	36
37	38
39	40
41	42
43	44
45	46



Zpracování obrazu

[Sonka1993] Mialn Sonka, Vaclav Hlavac a Roger Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. ISBN: 978-0-412-45570-4, Springer US, 1993.

[Zanuttigh2016] Pietro Zanuttigh, Giulio Marin, Carlo Dal Mutto, Fabio Dominio, Ludovico Minto a Guido Maria Cortelazzo. *Time-of-Flight and Structured Light Depth Cameras: Technology and Applications*. ISBN: 978-3-319-30971-2, Springer, 2016.

Houghova transformace

[DudaHart1972] R.O. Duda a P.E. Hart. *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*. Communications of the ACM, 15(1):11–15, 1972.

[Ballard1981] D.H. Ballard. *Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes*. Pattern Recognition, ISSN: 0031-3203, 13(2):111 - 122, 1981

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

23 24

25 26

27 28

29 30

31 32

33 34

35 36

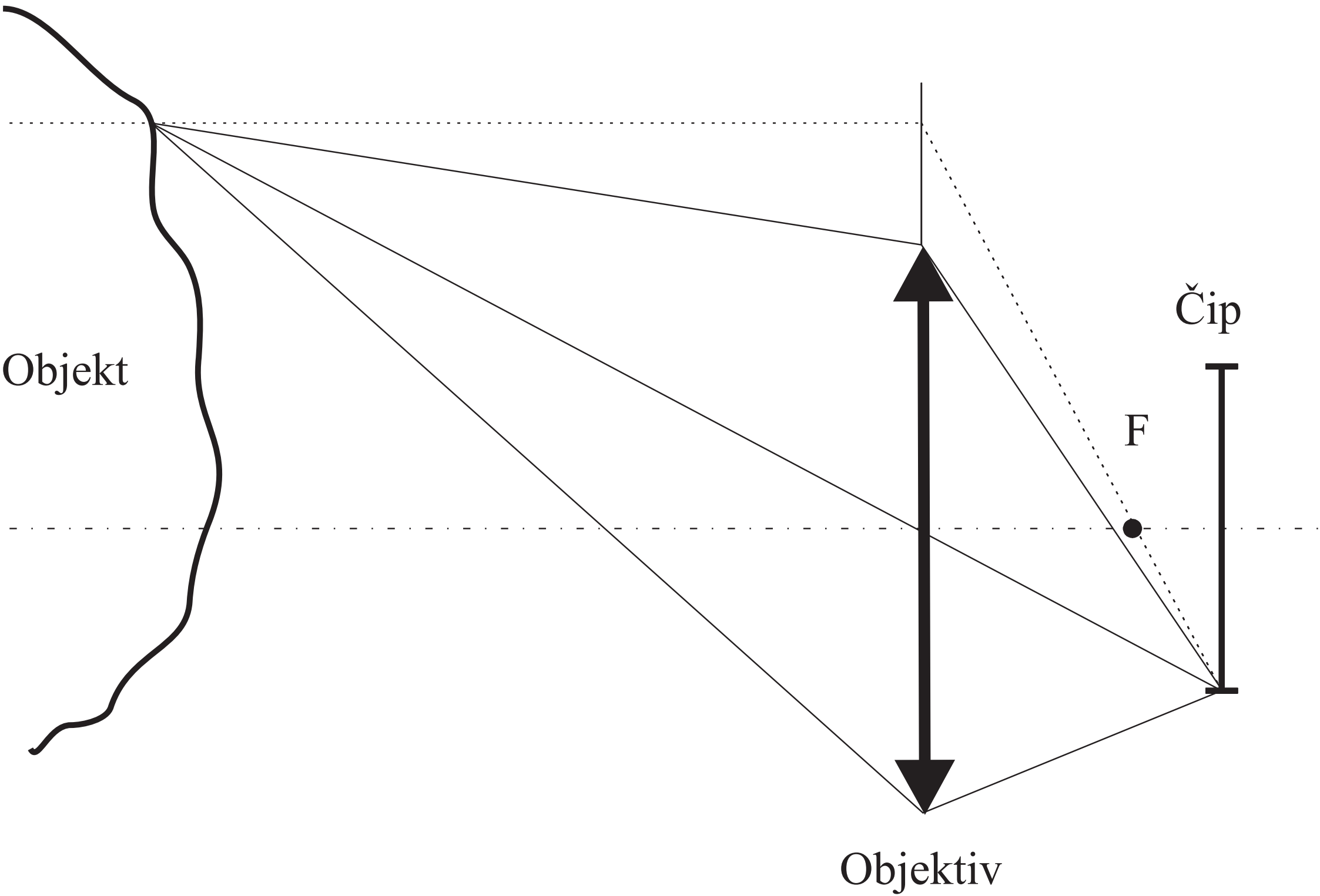
37 38

39 40

41 42

43 44

45 46

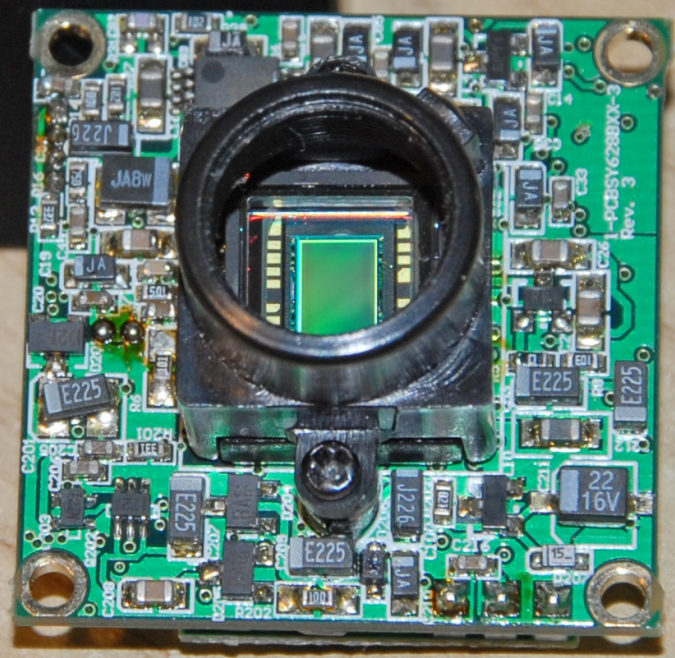


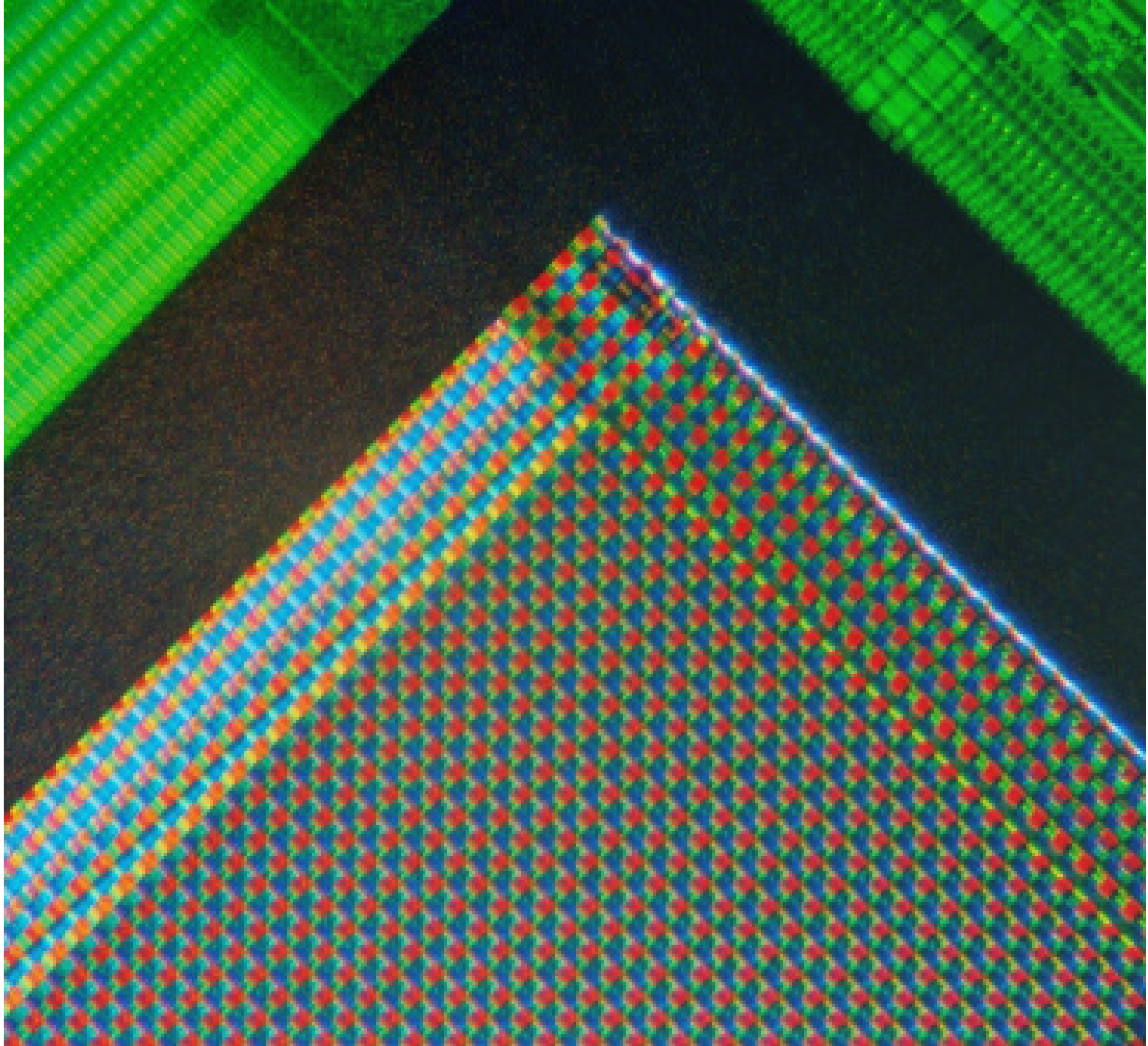
Objekt

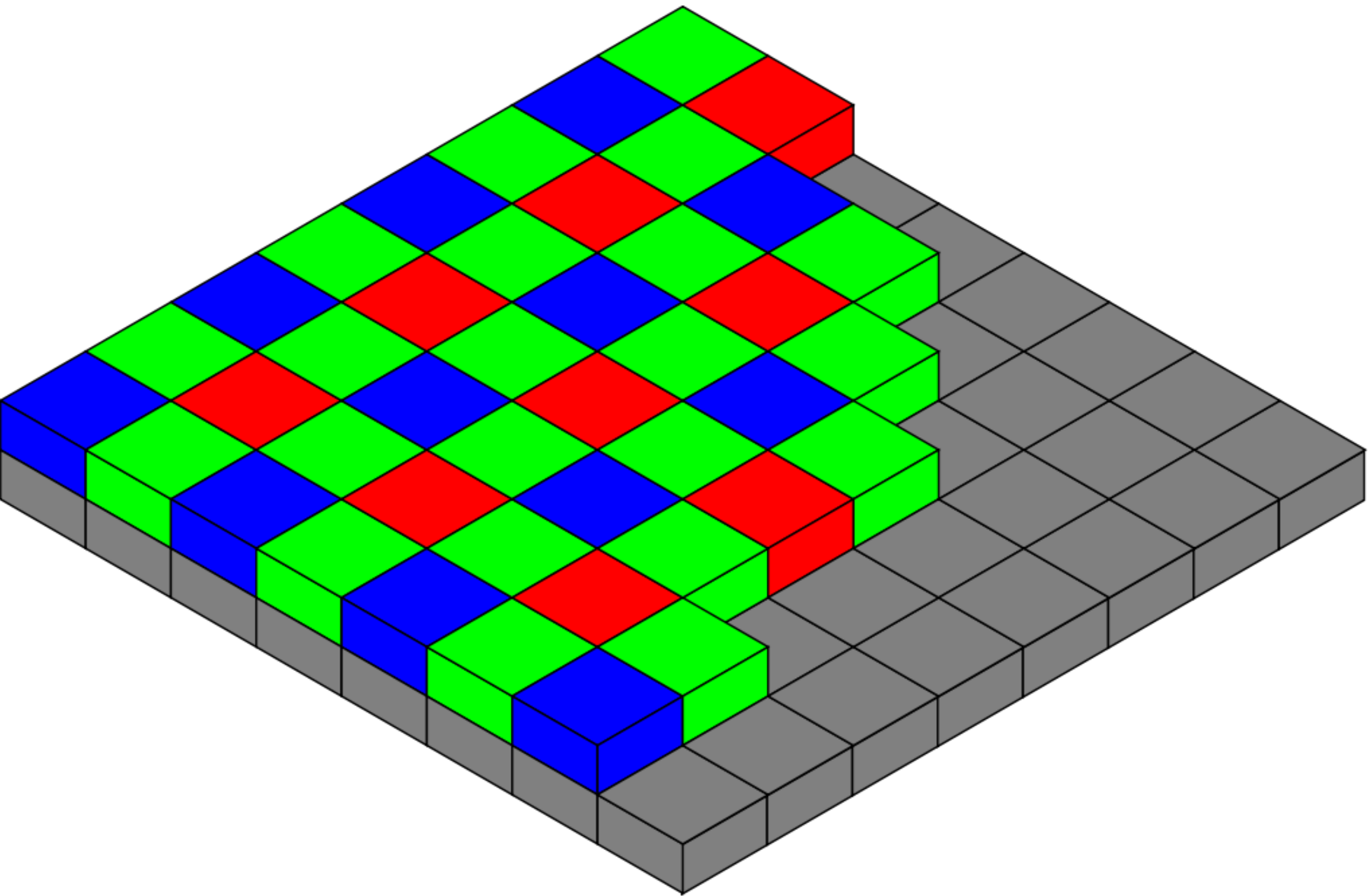
Objektiv

F

Čip







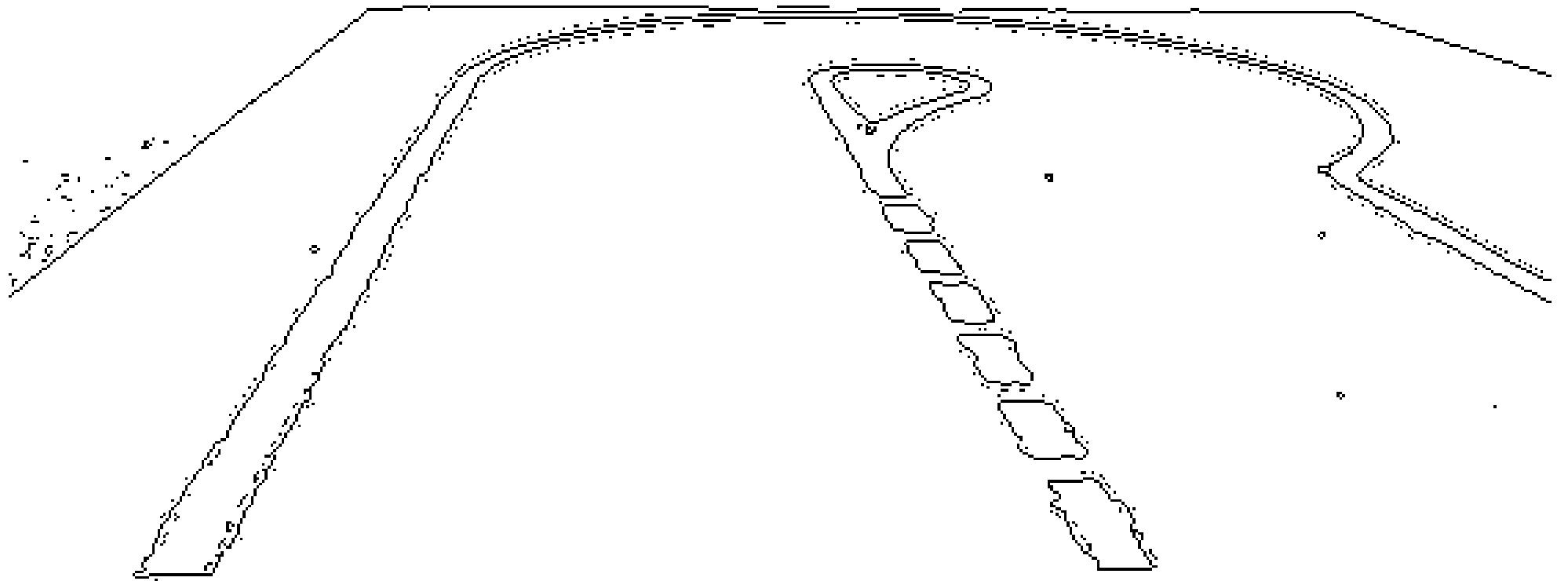
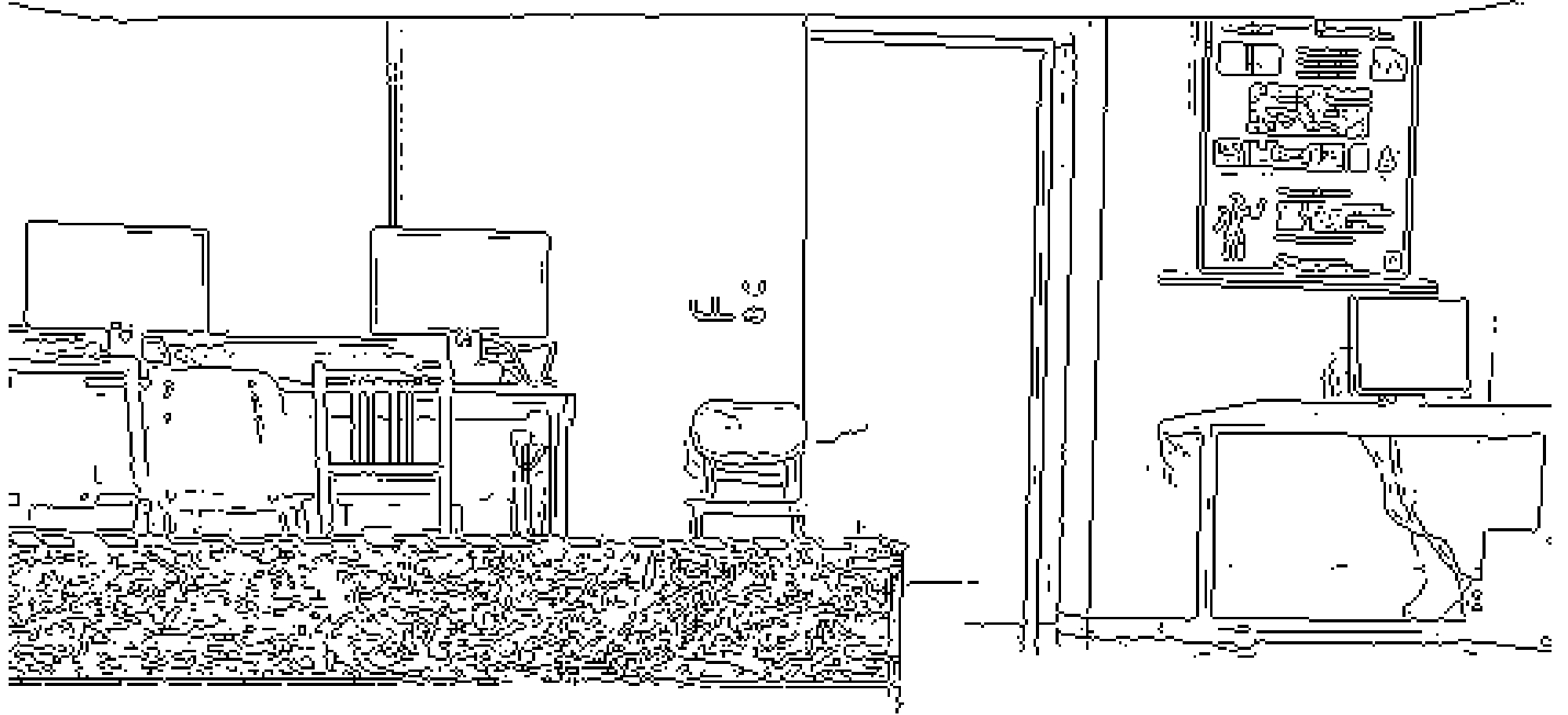


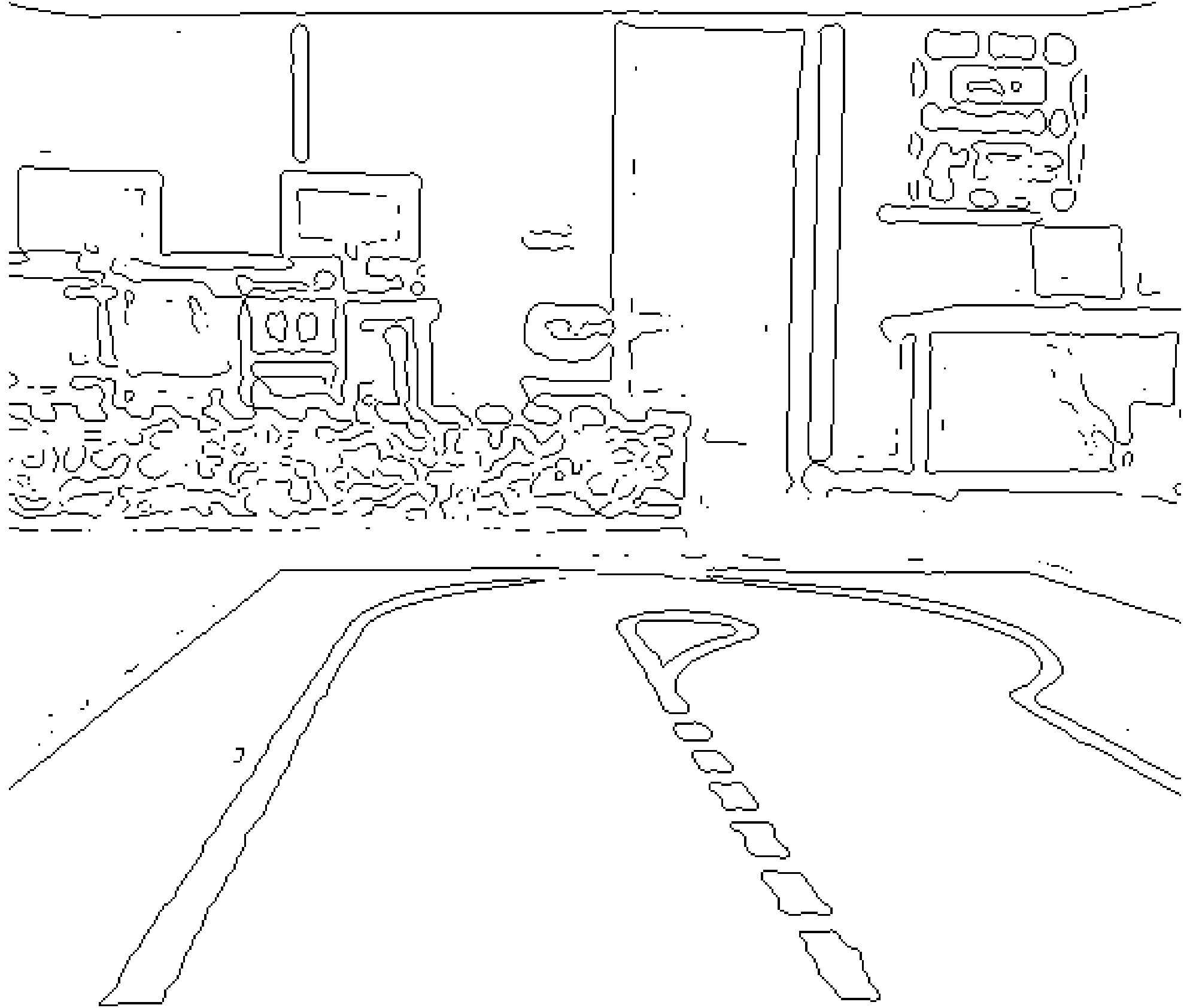


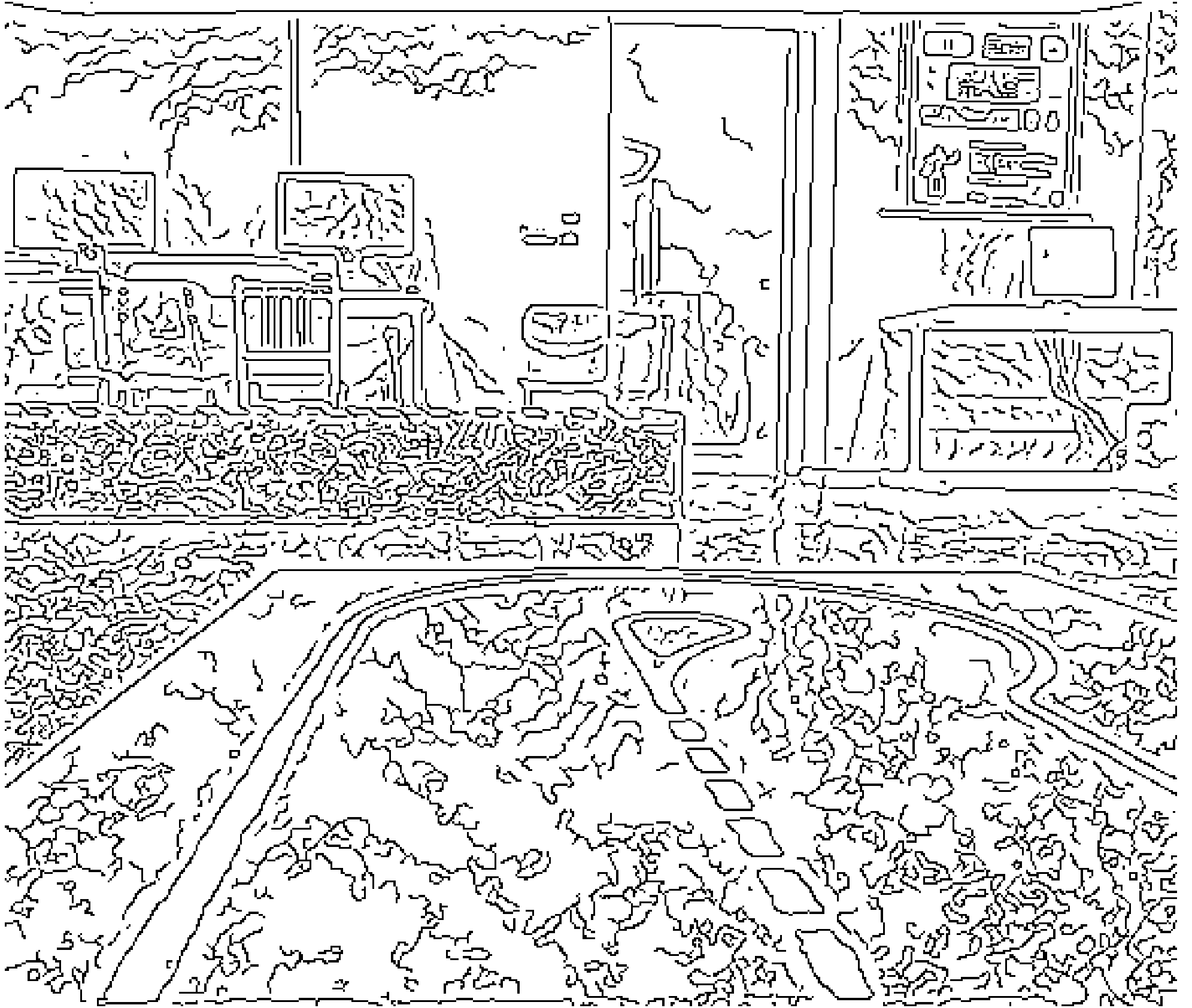


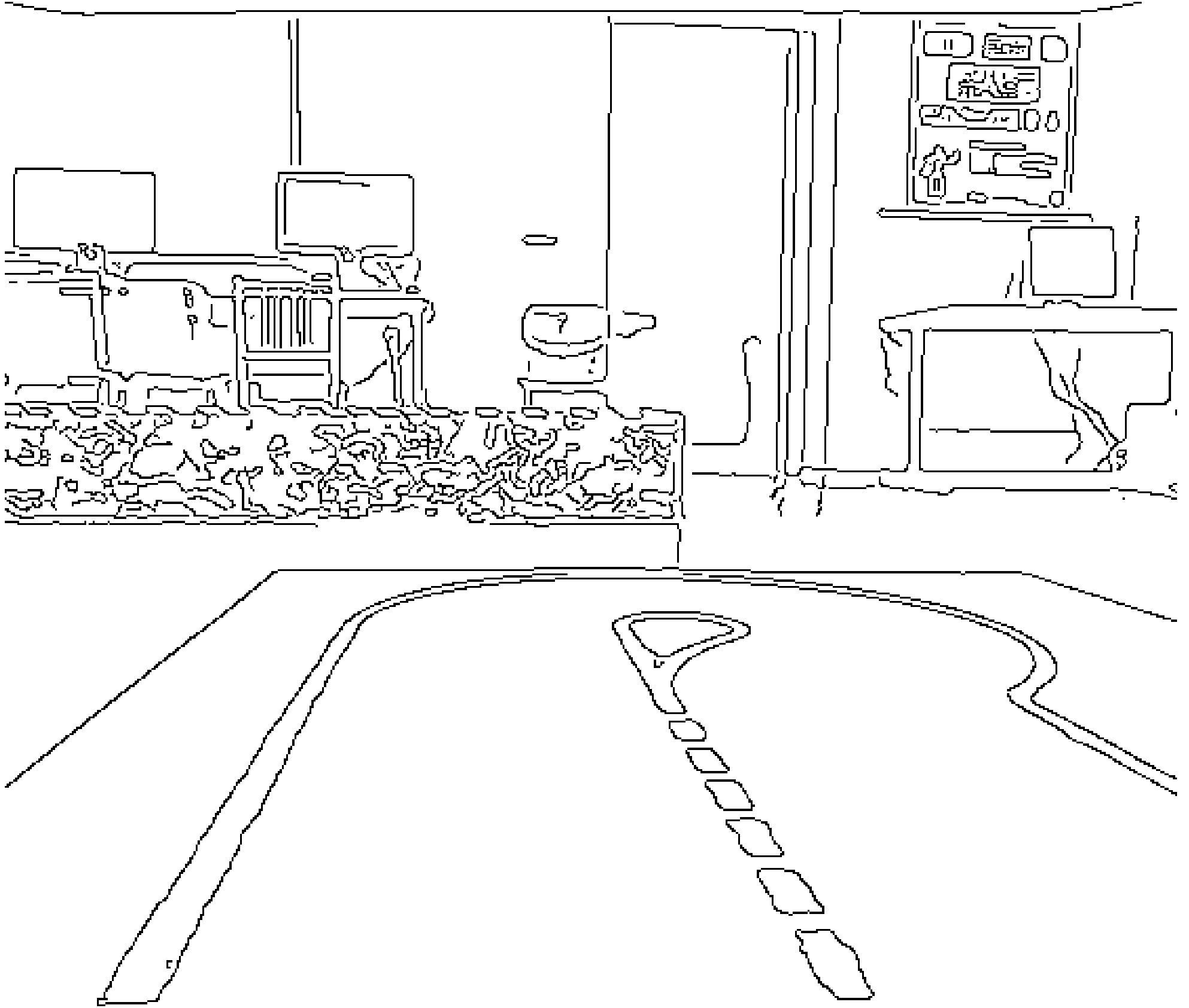


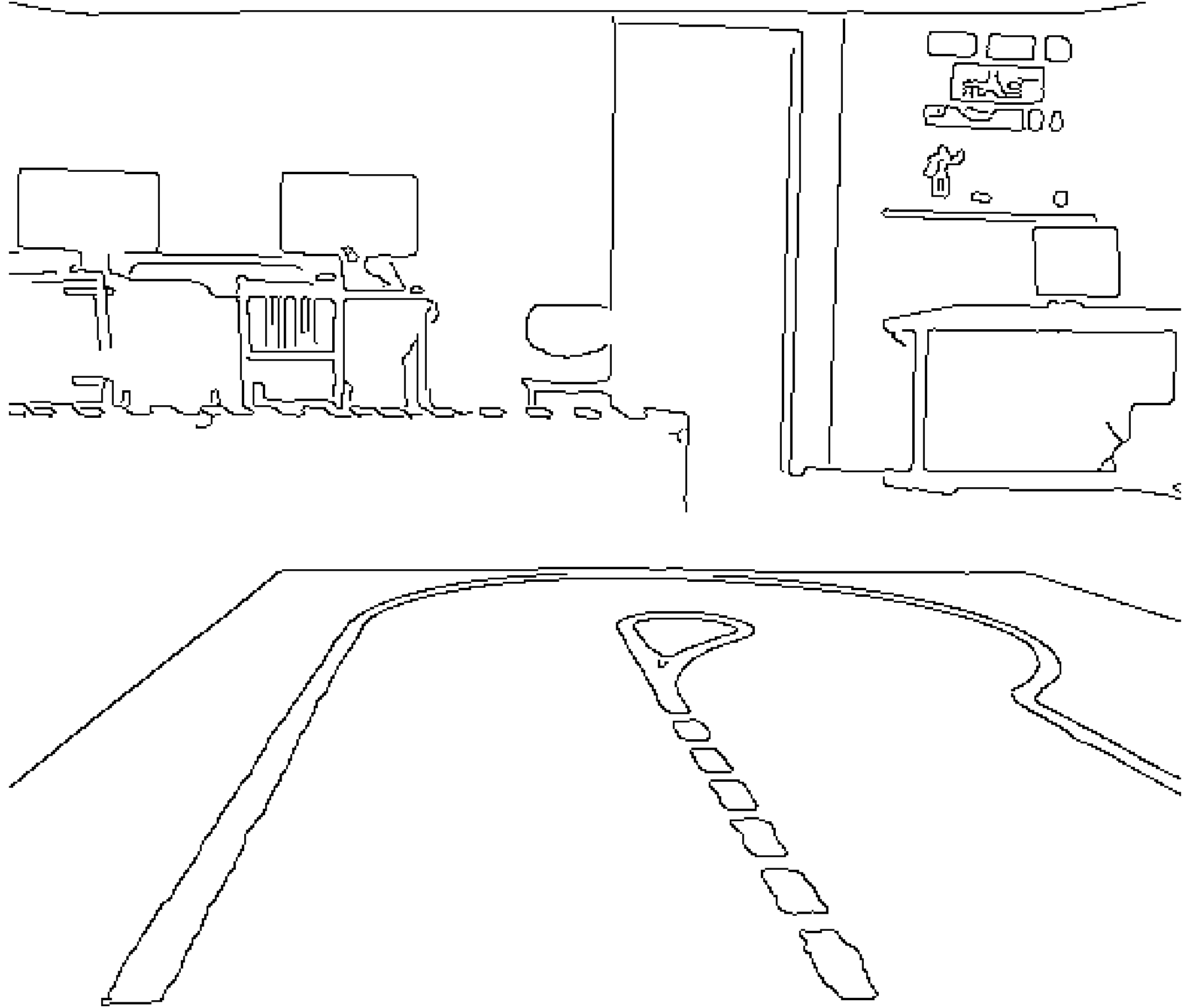


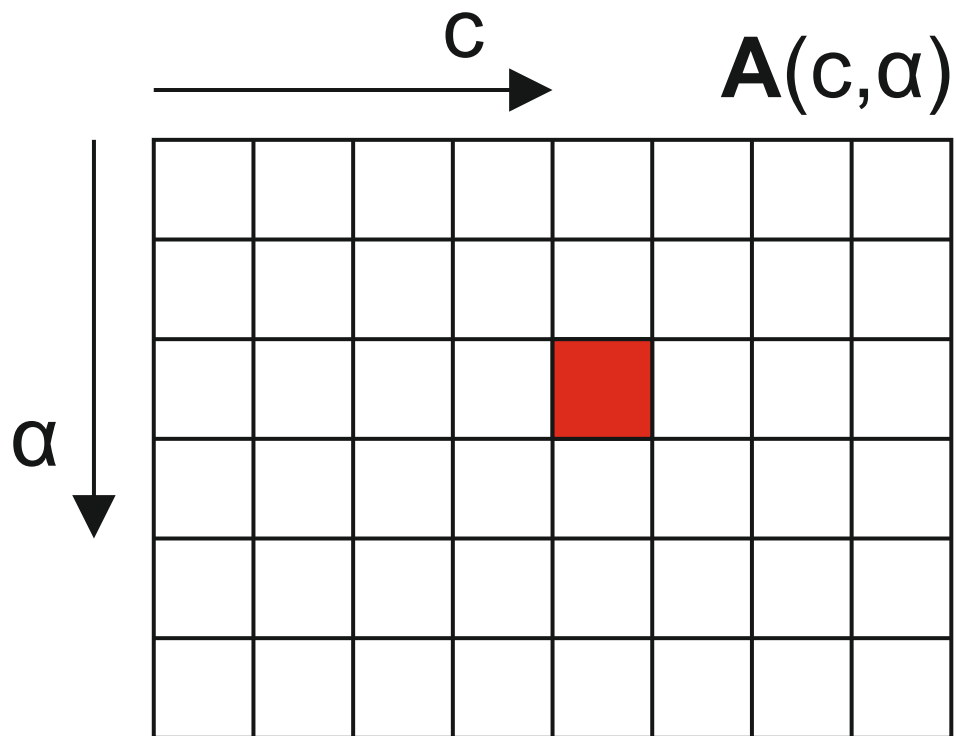
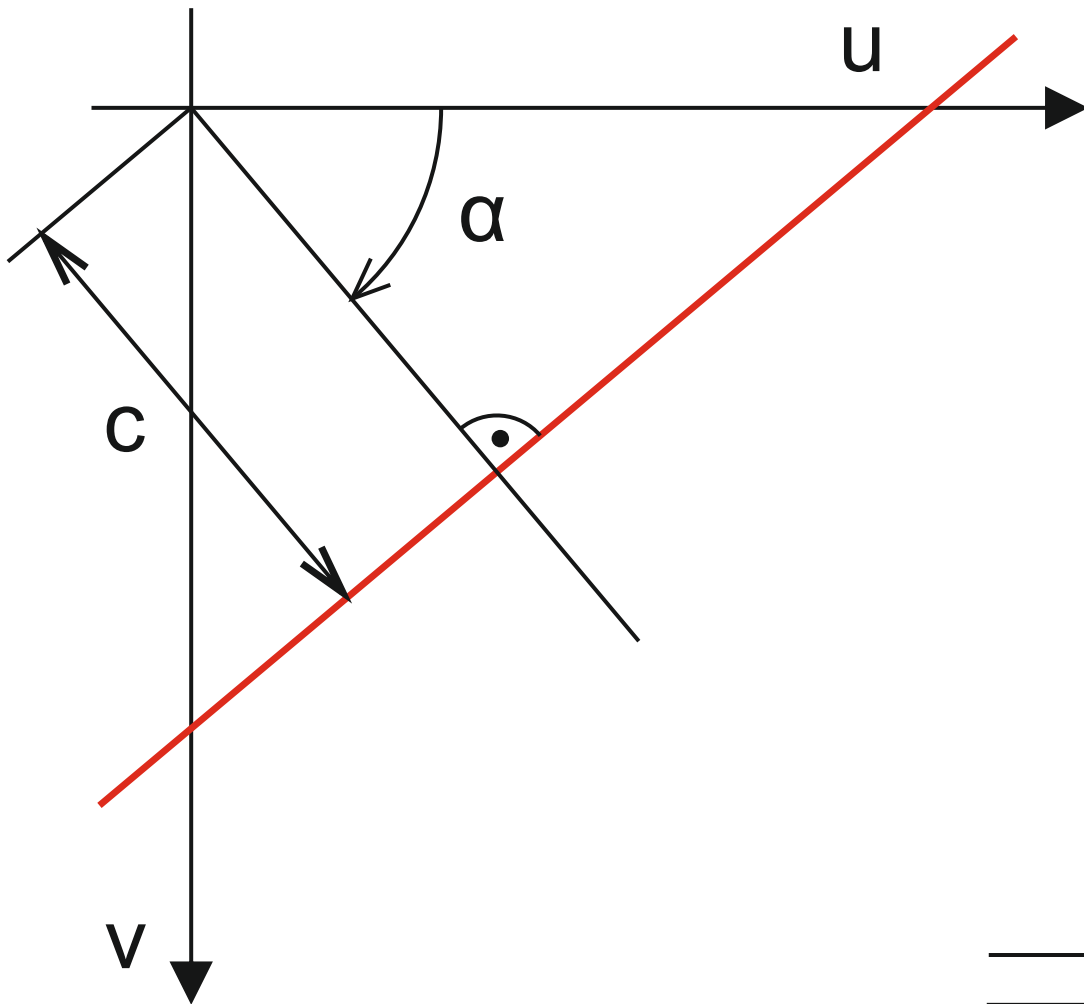


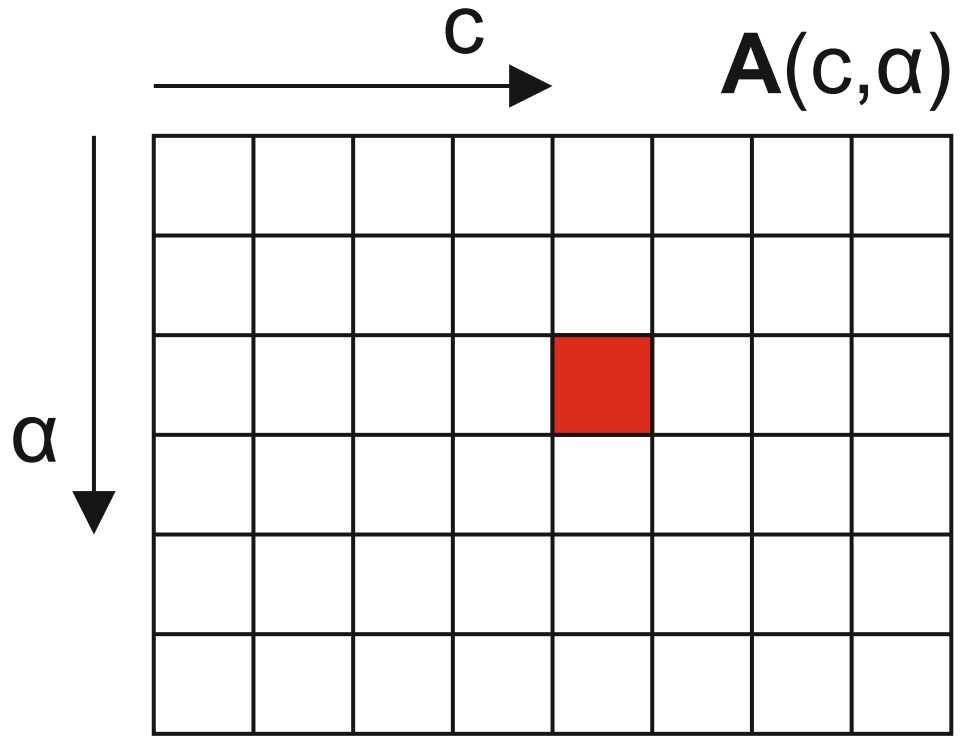
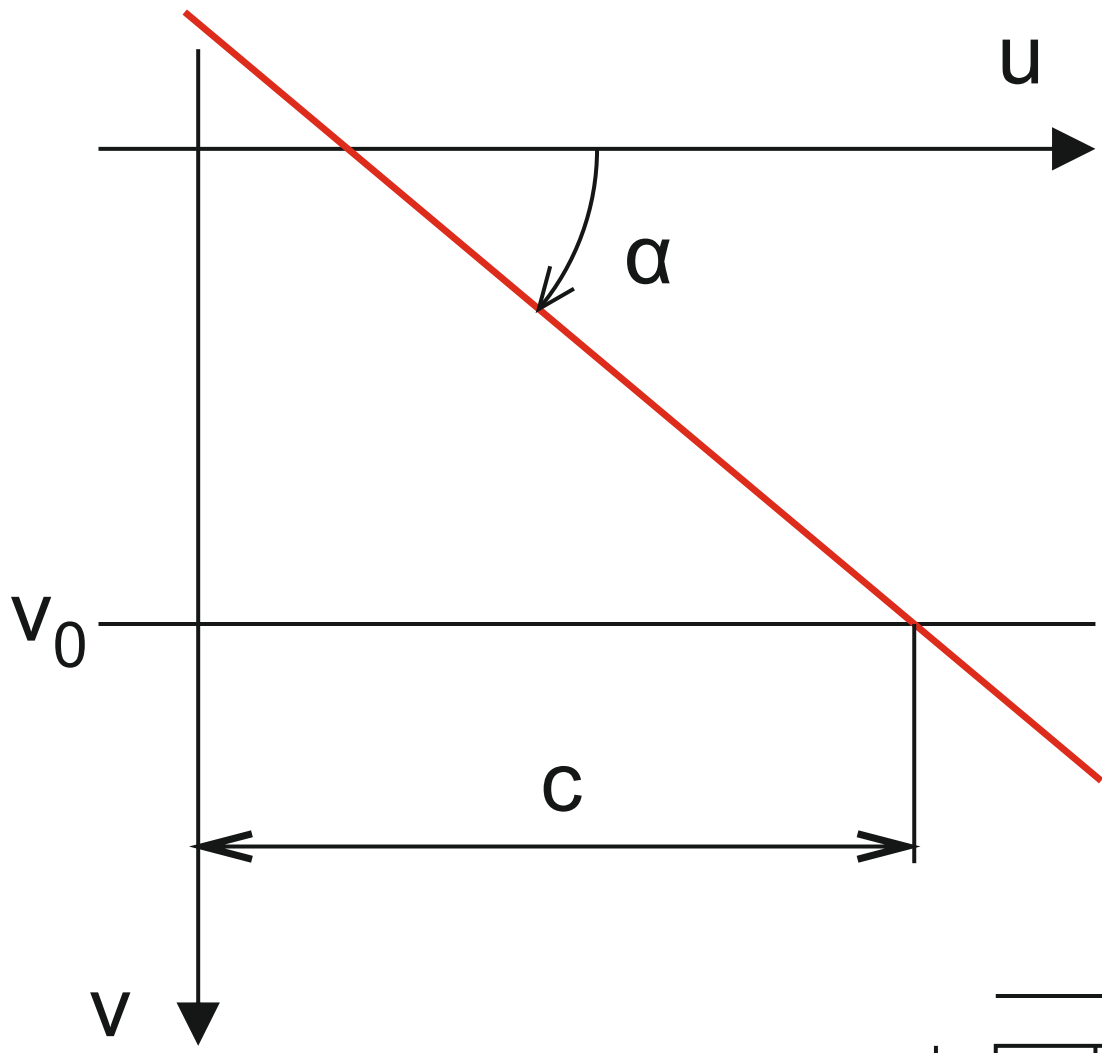




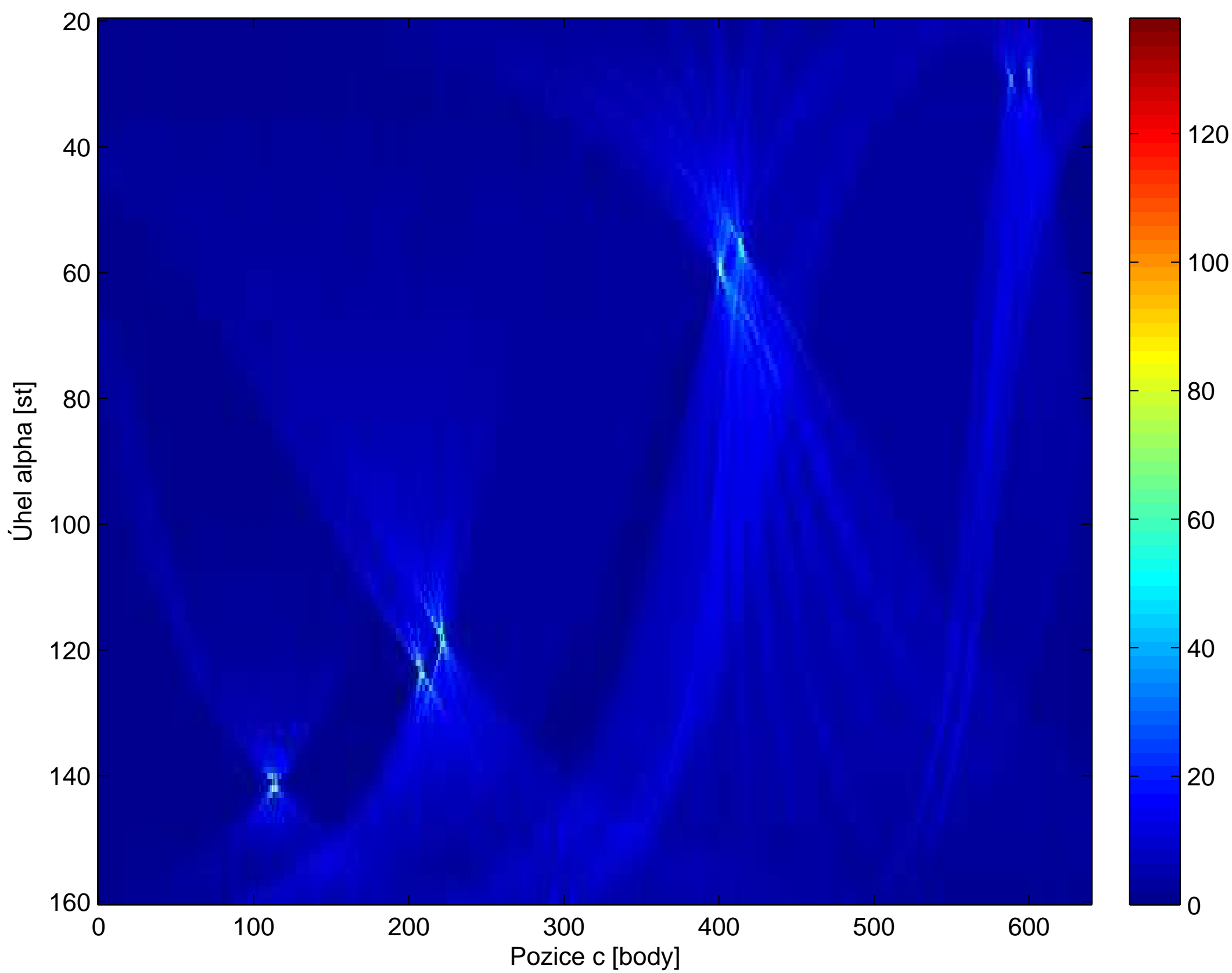


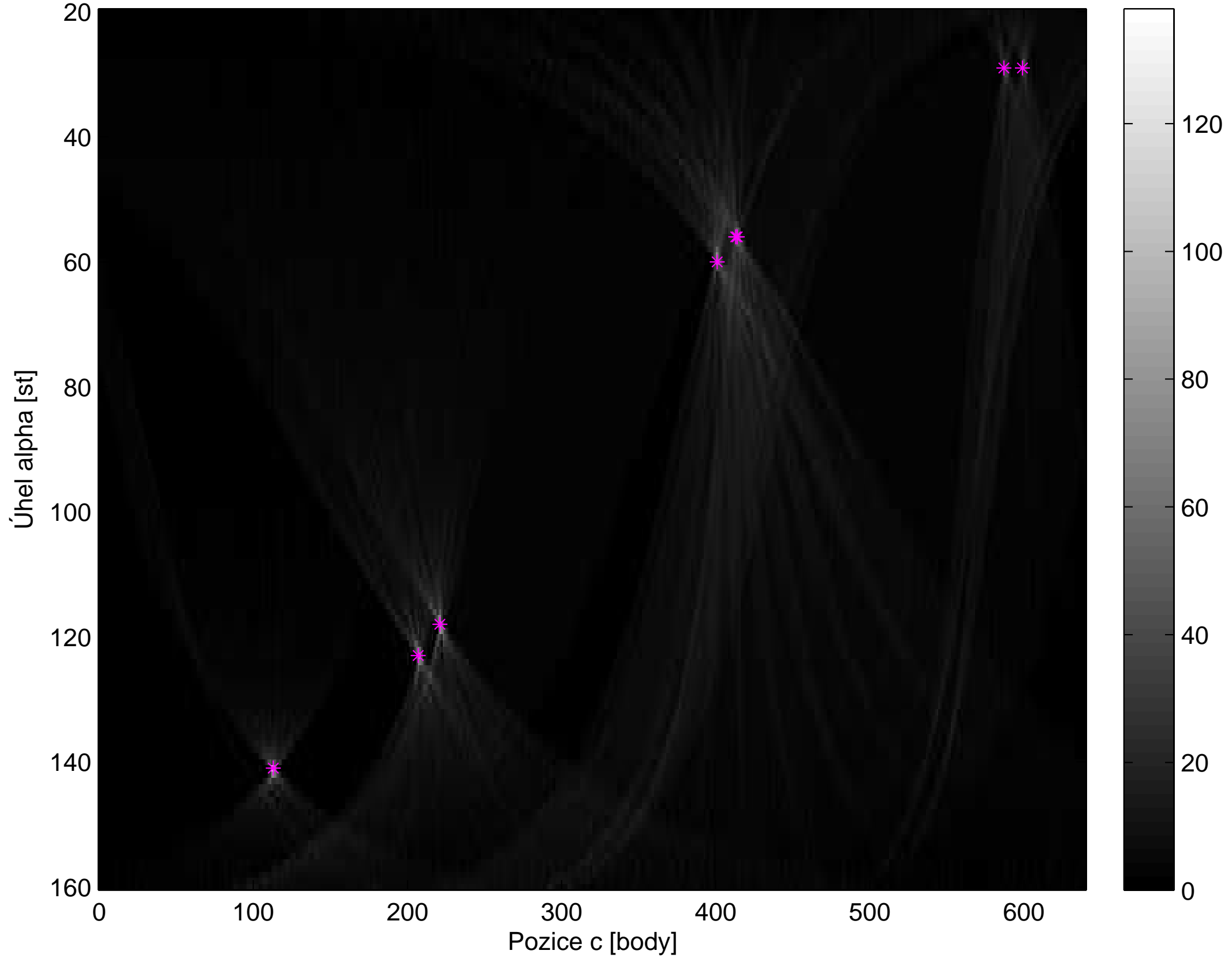


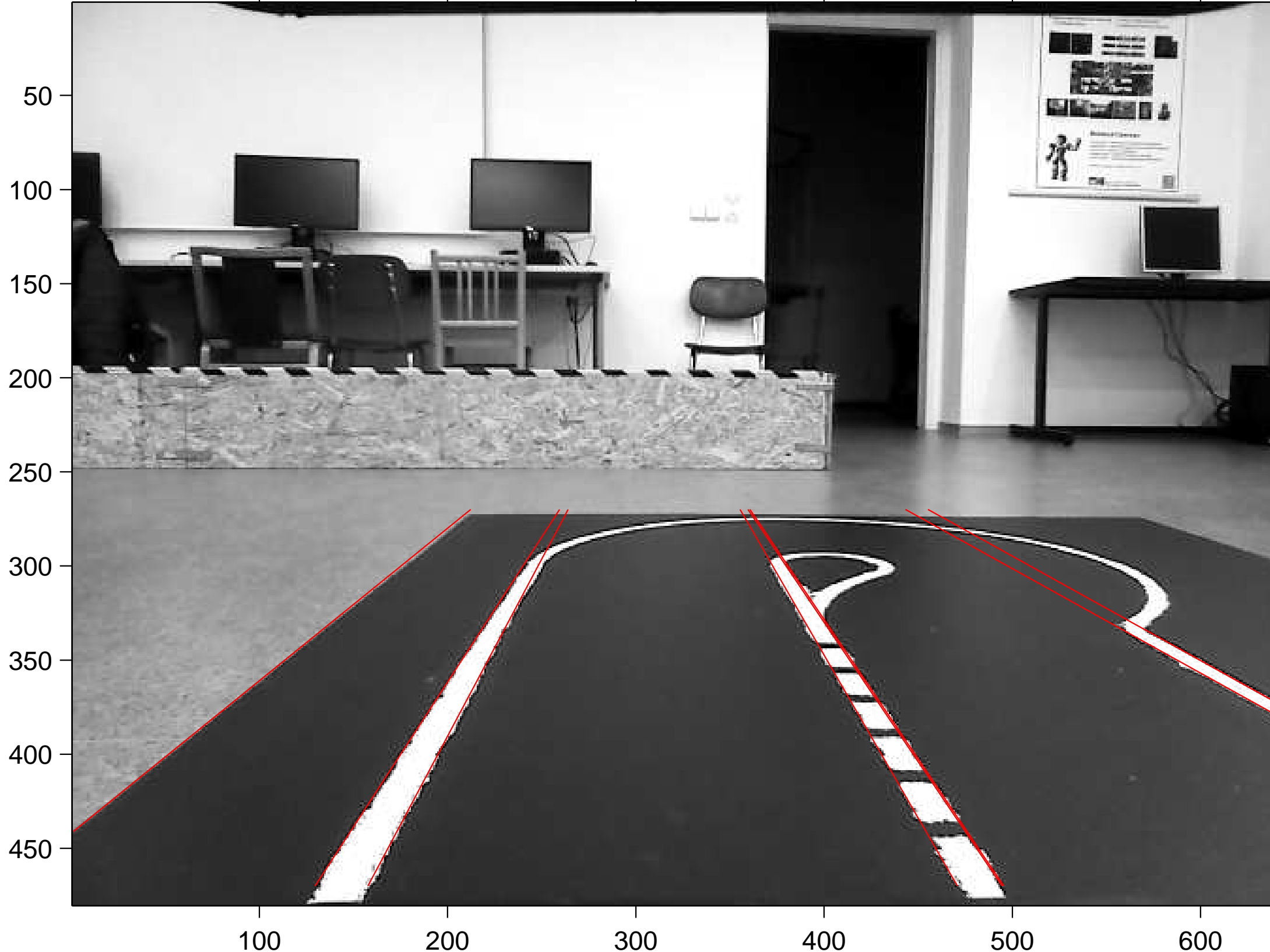






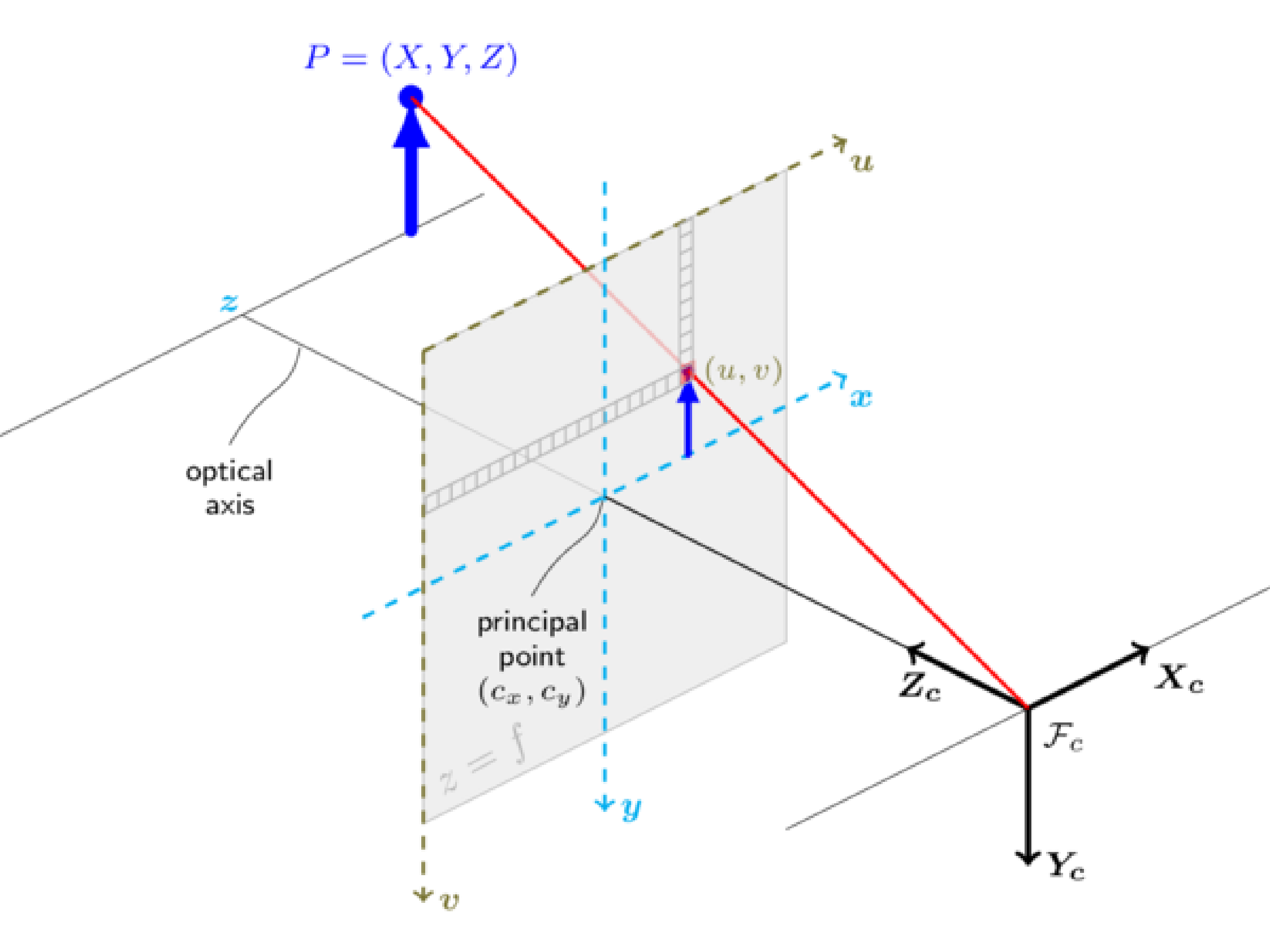


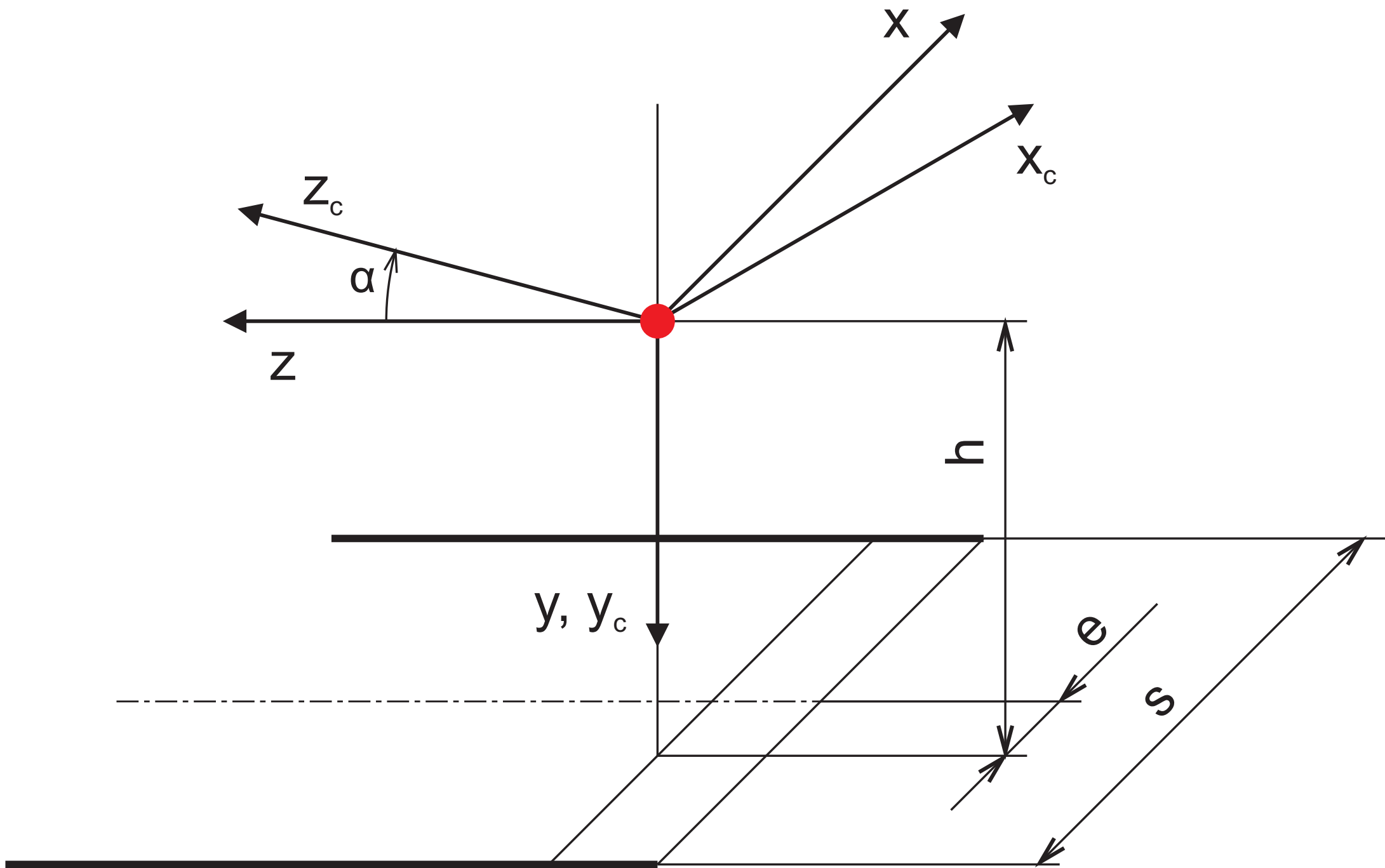


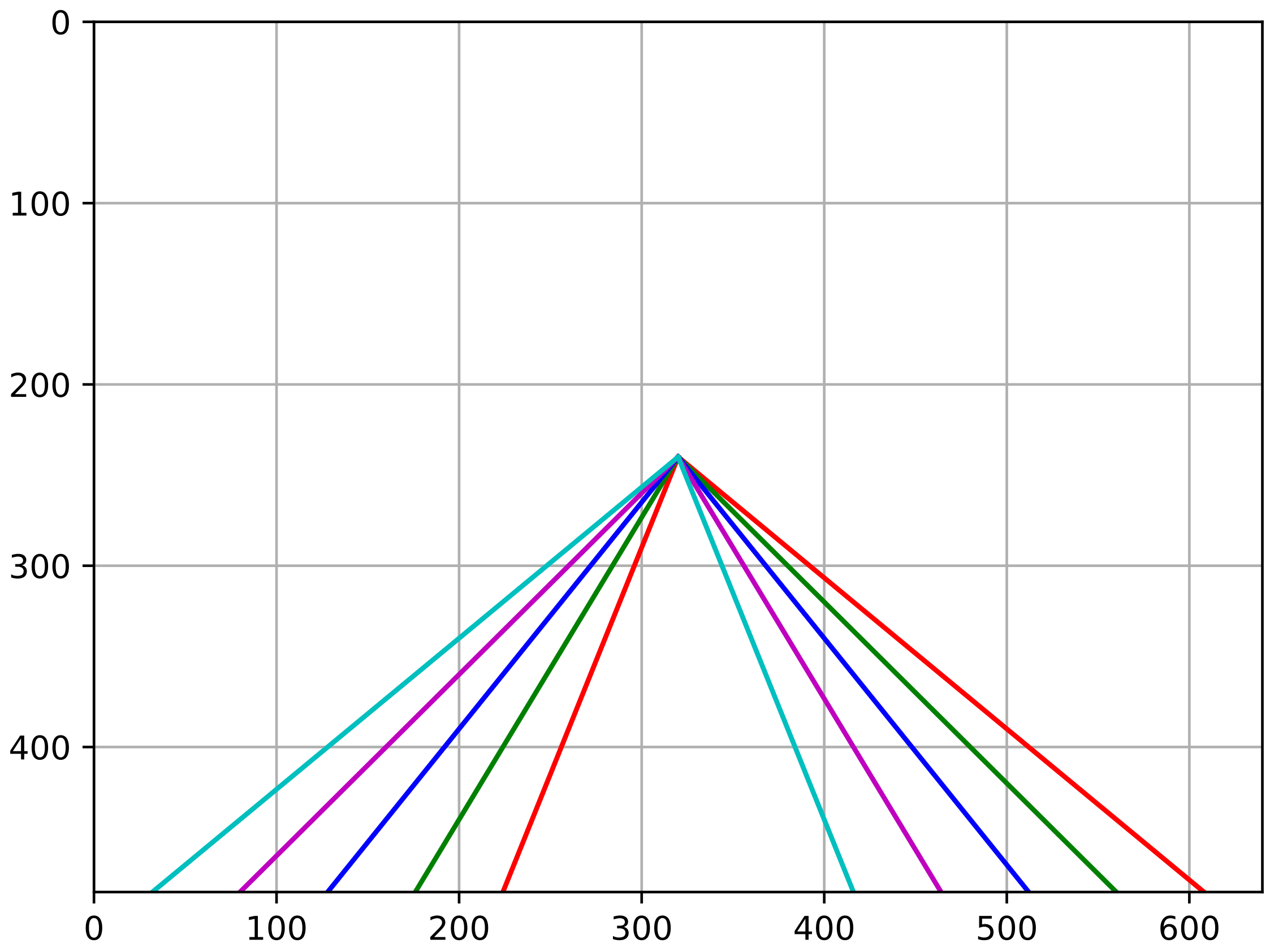


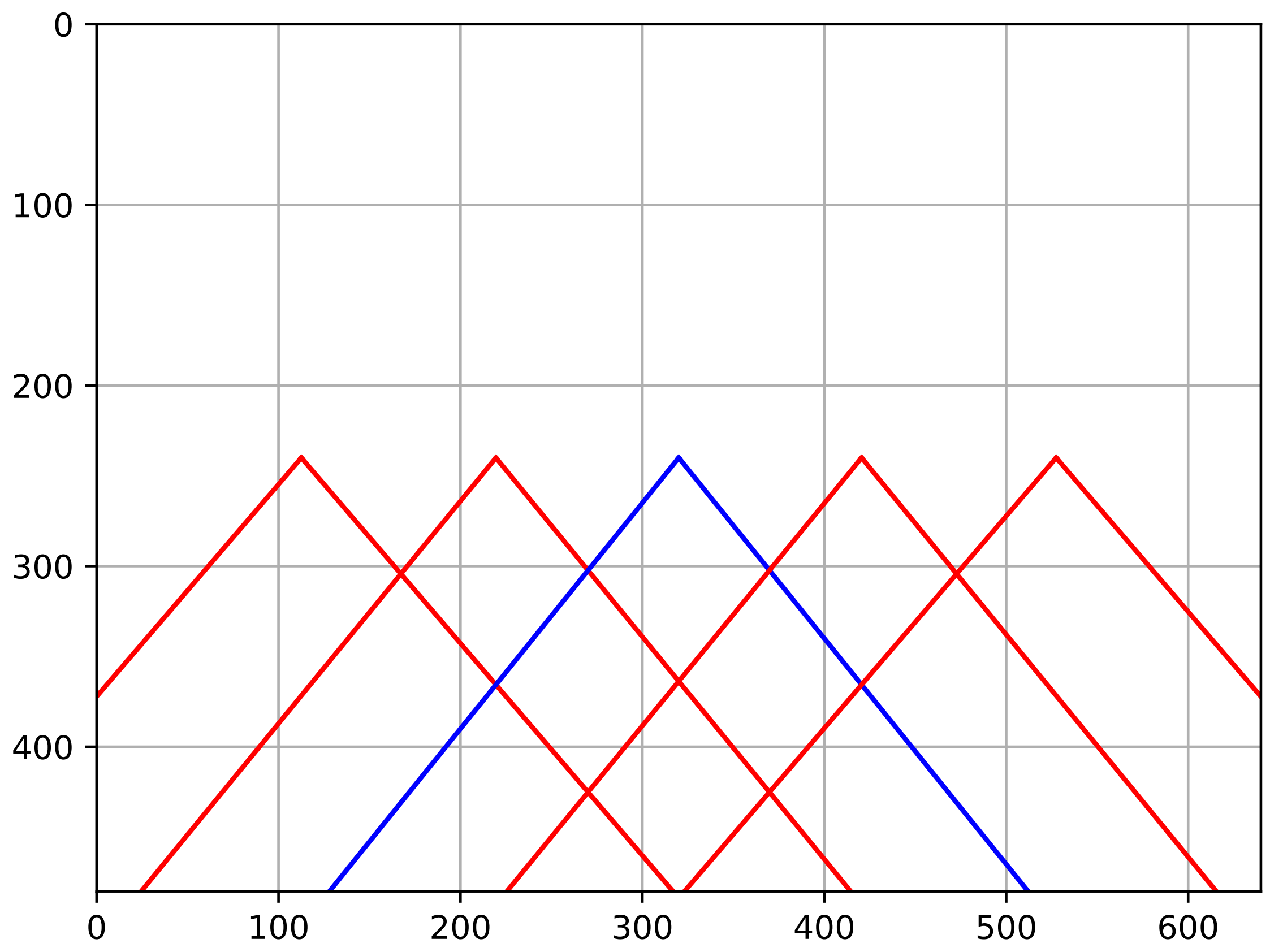
50
100
150
200
250
300
350
400
450

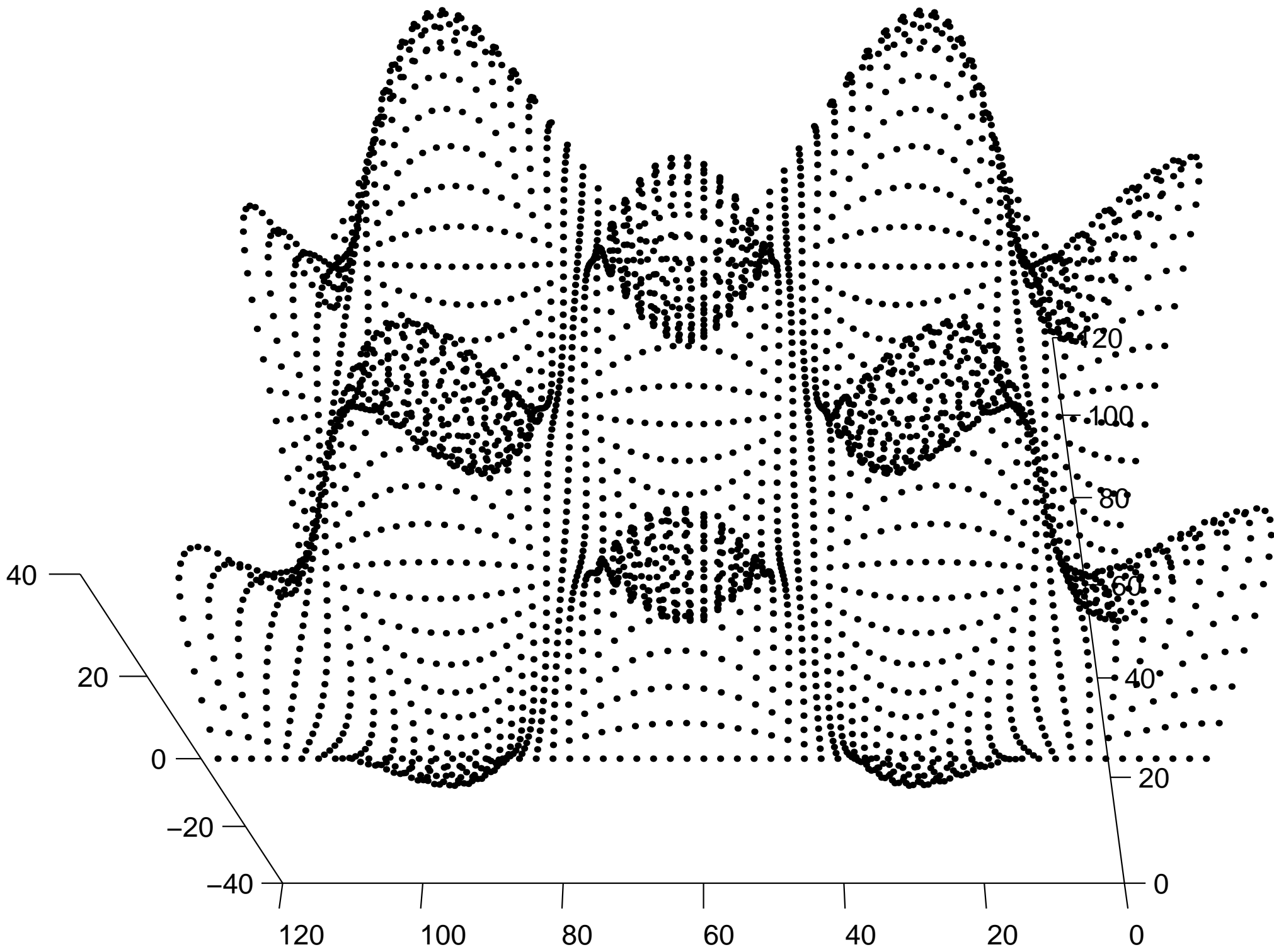
100 200 300 400 500 600

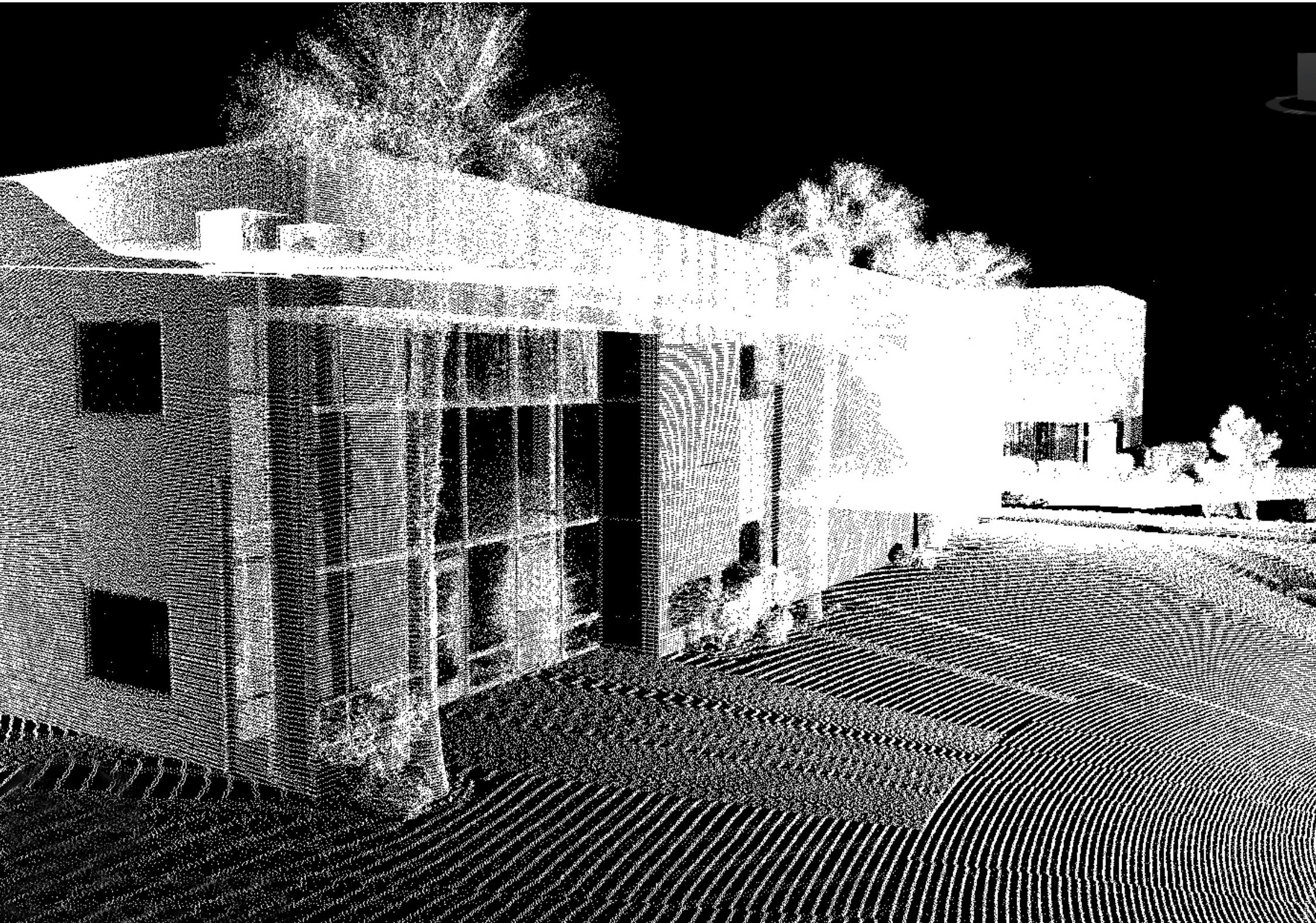






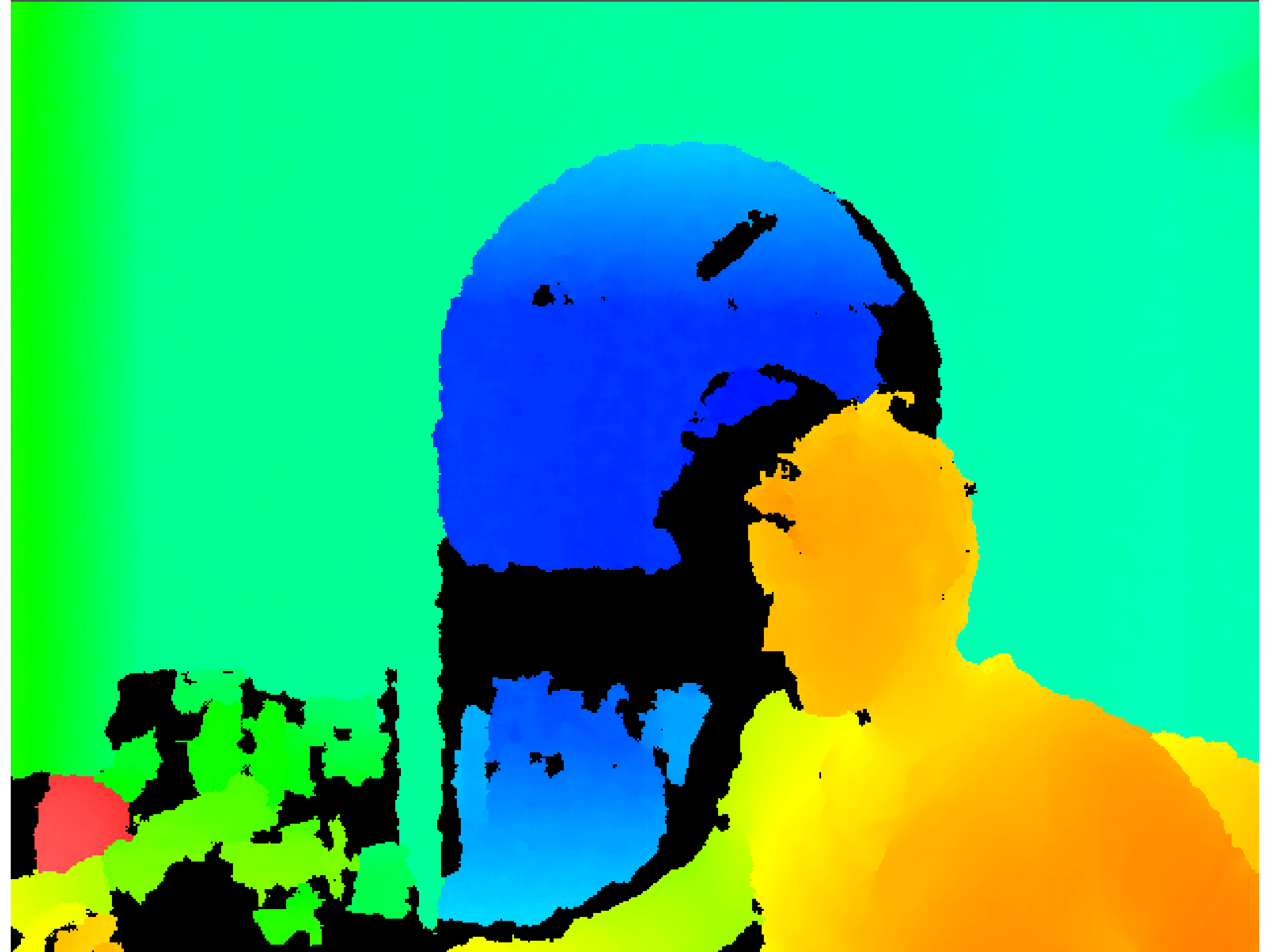


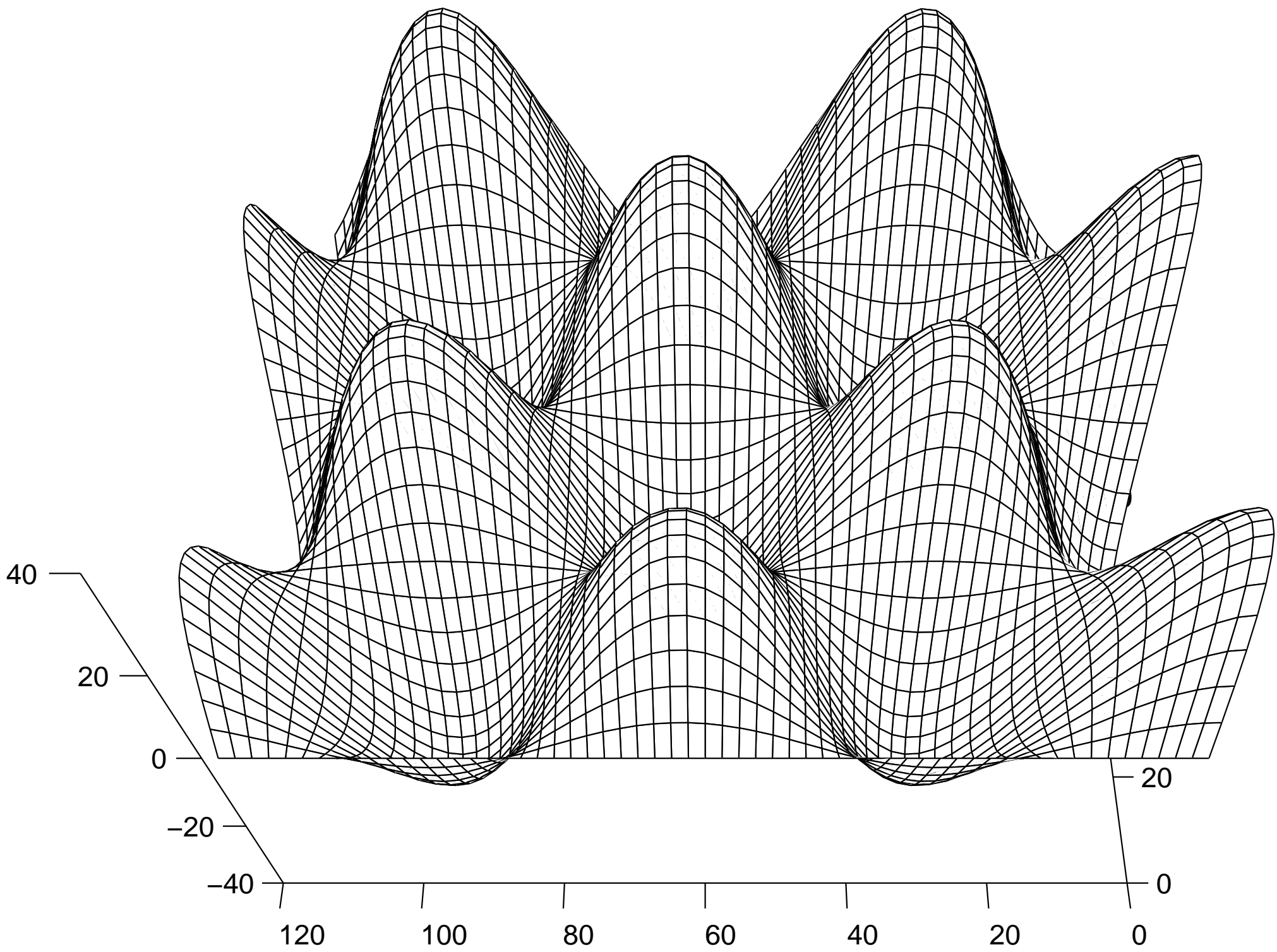


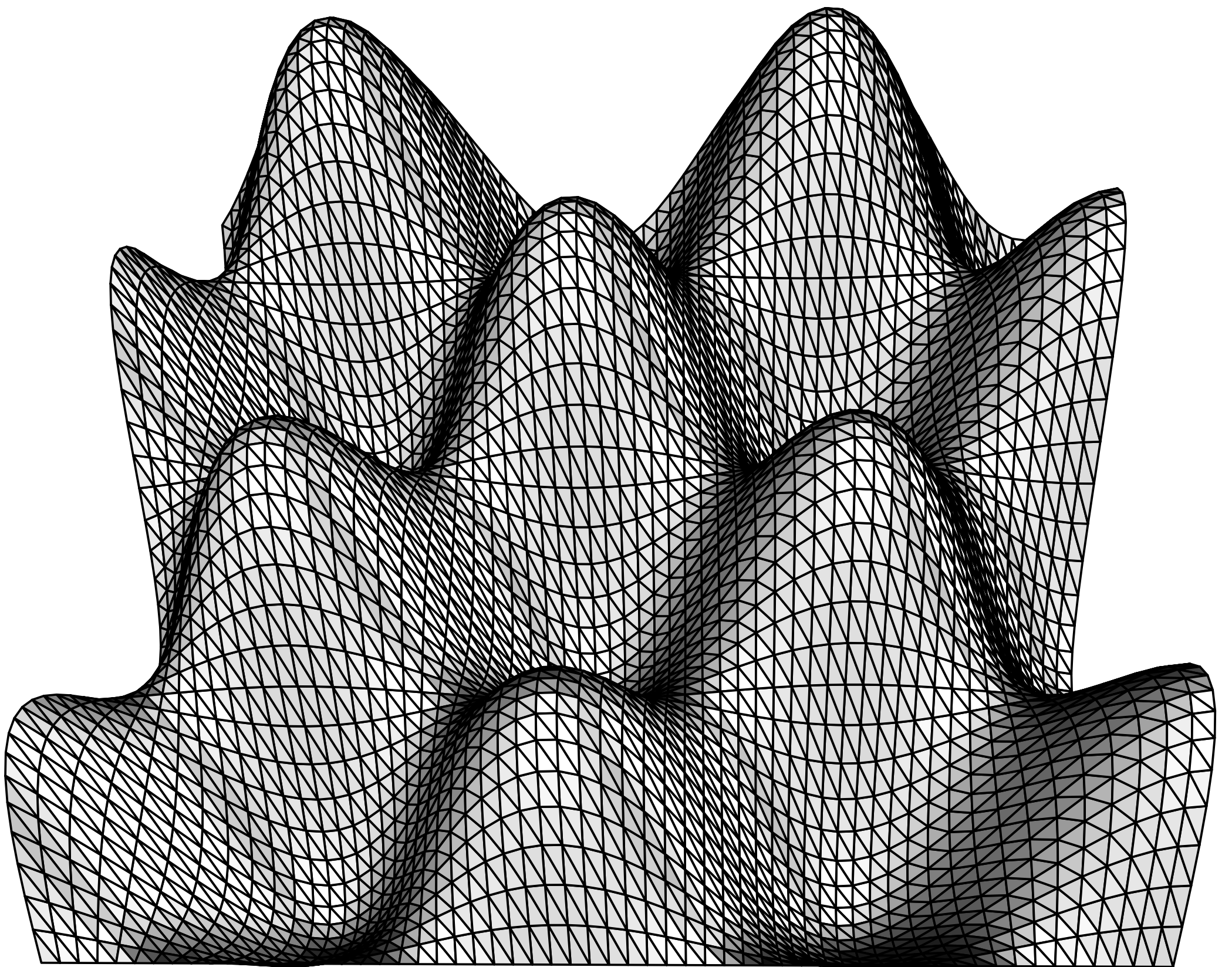




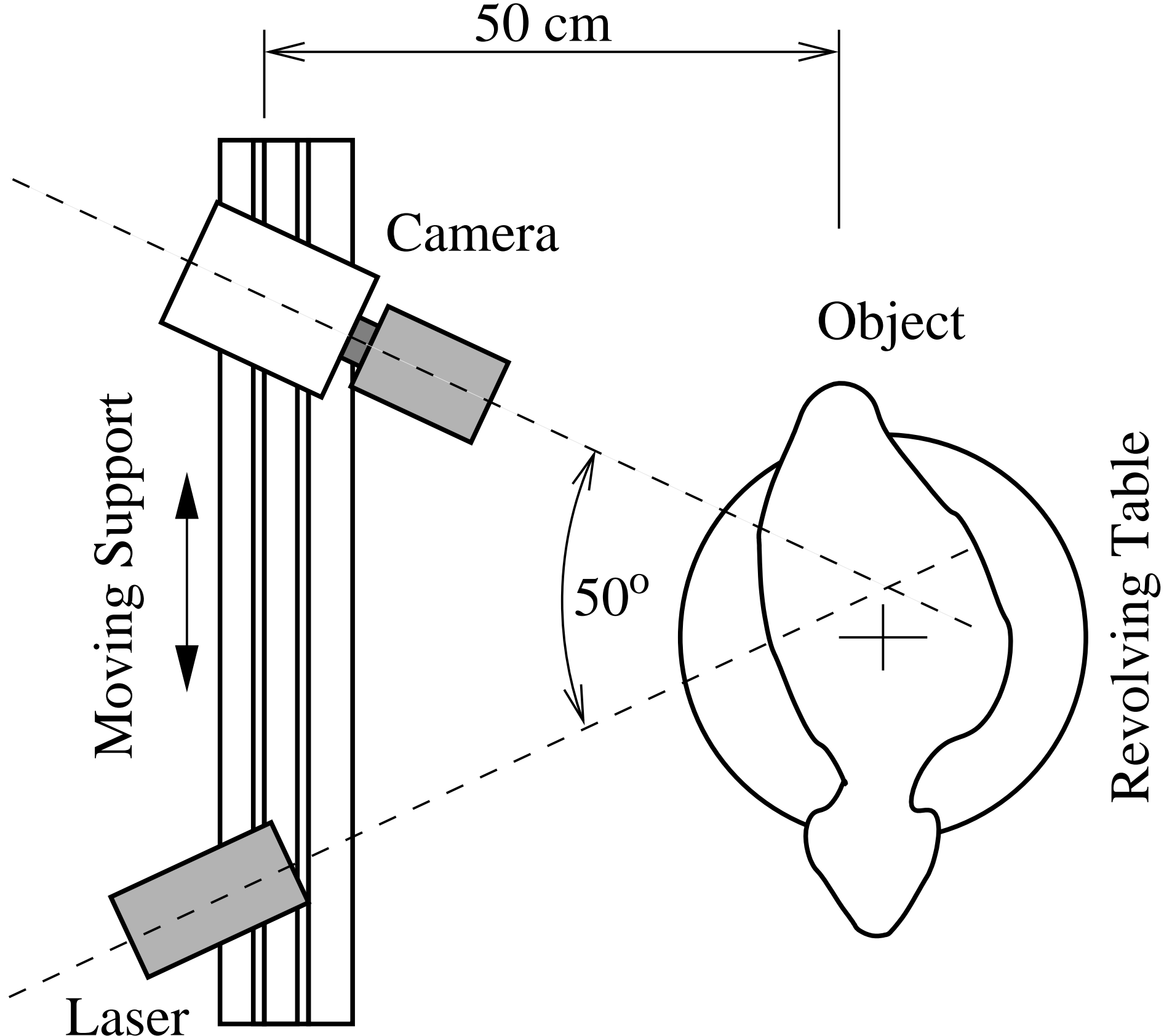


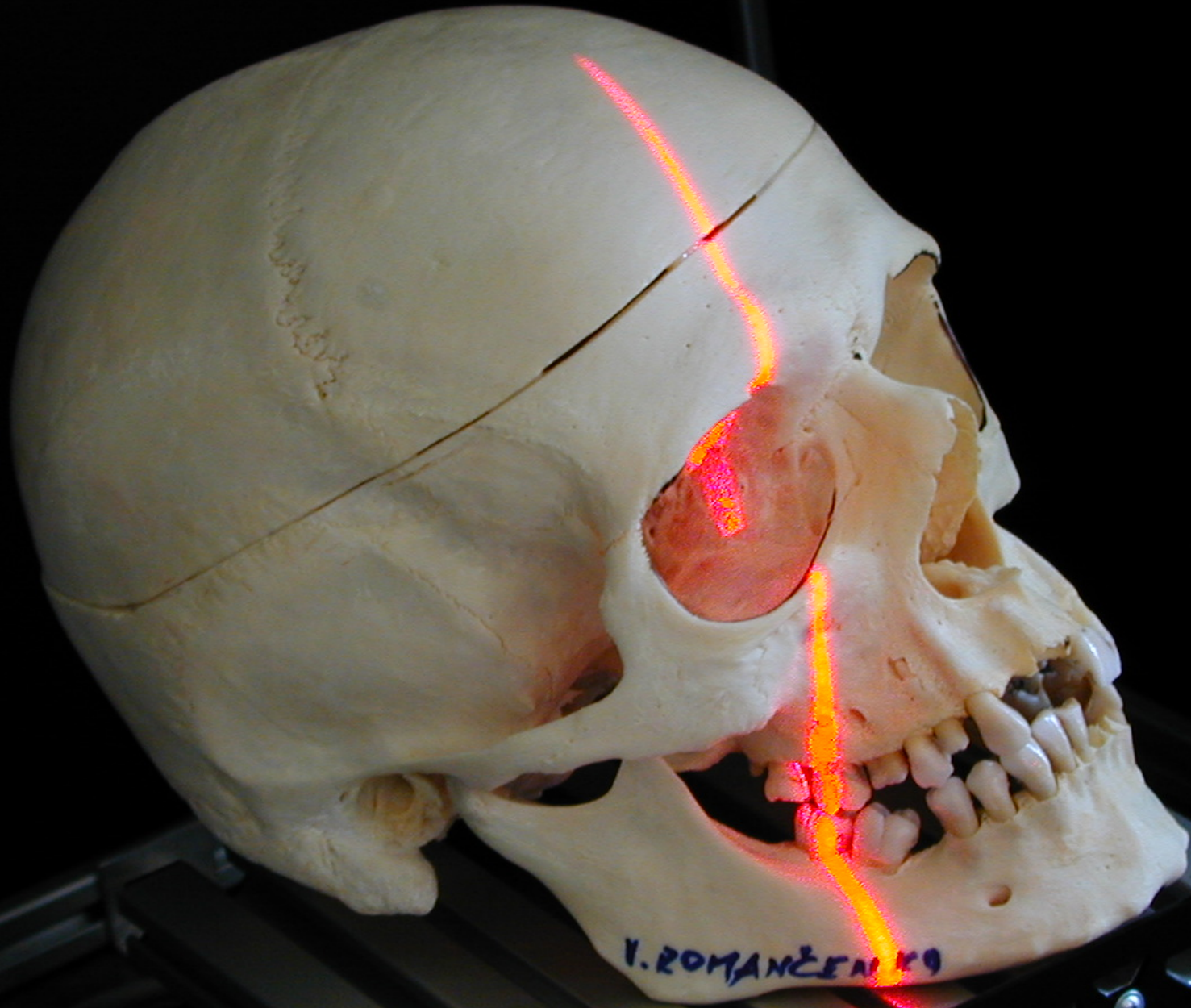






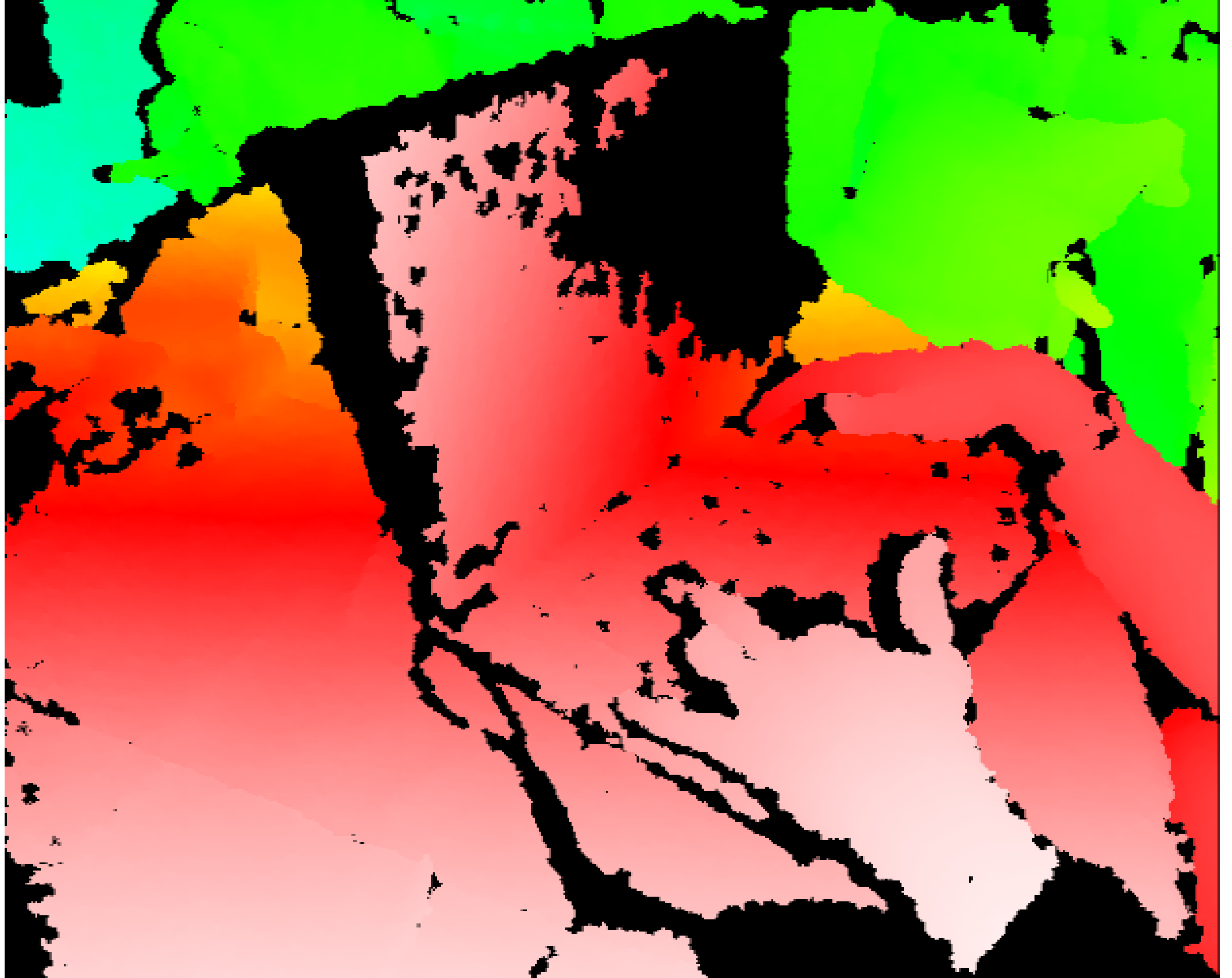


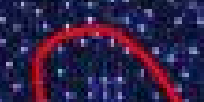
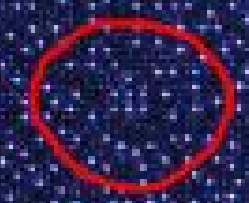
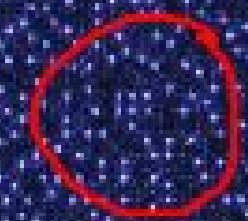
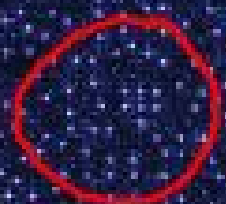




V. ROMANČENKO



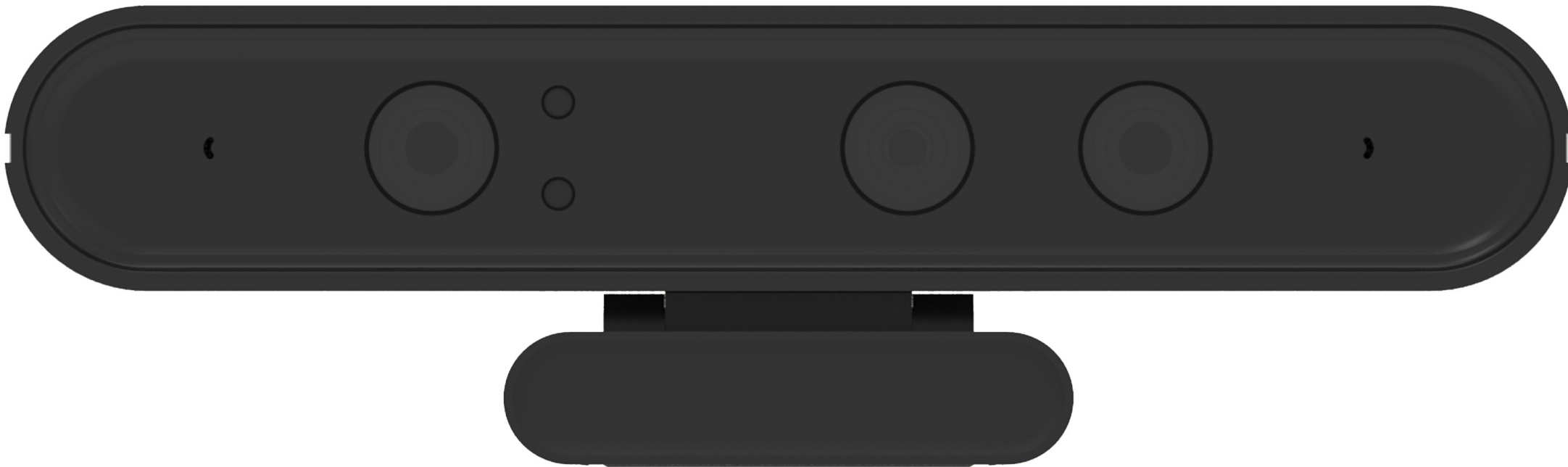


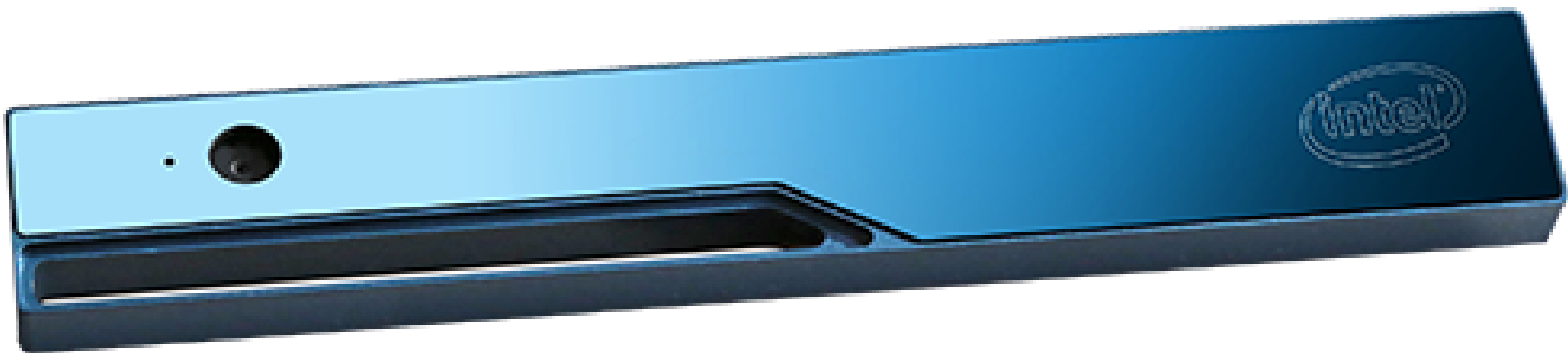


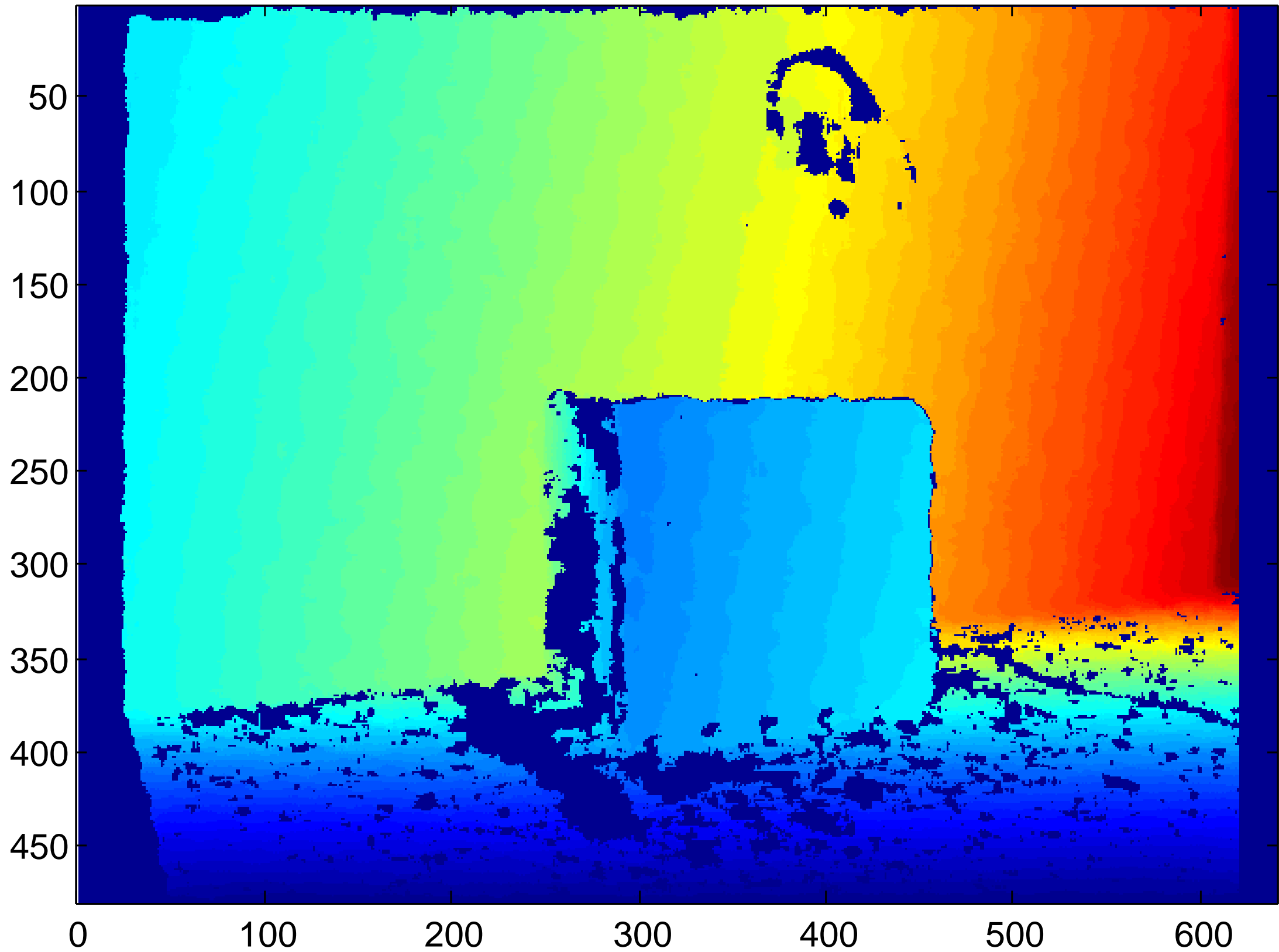


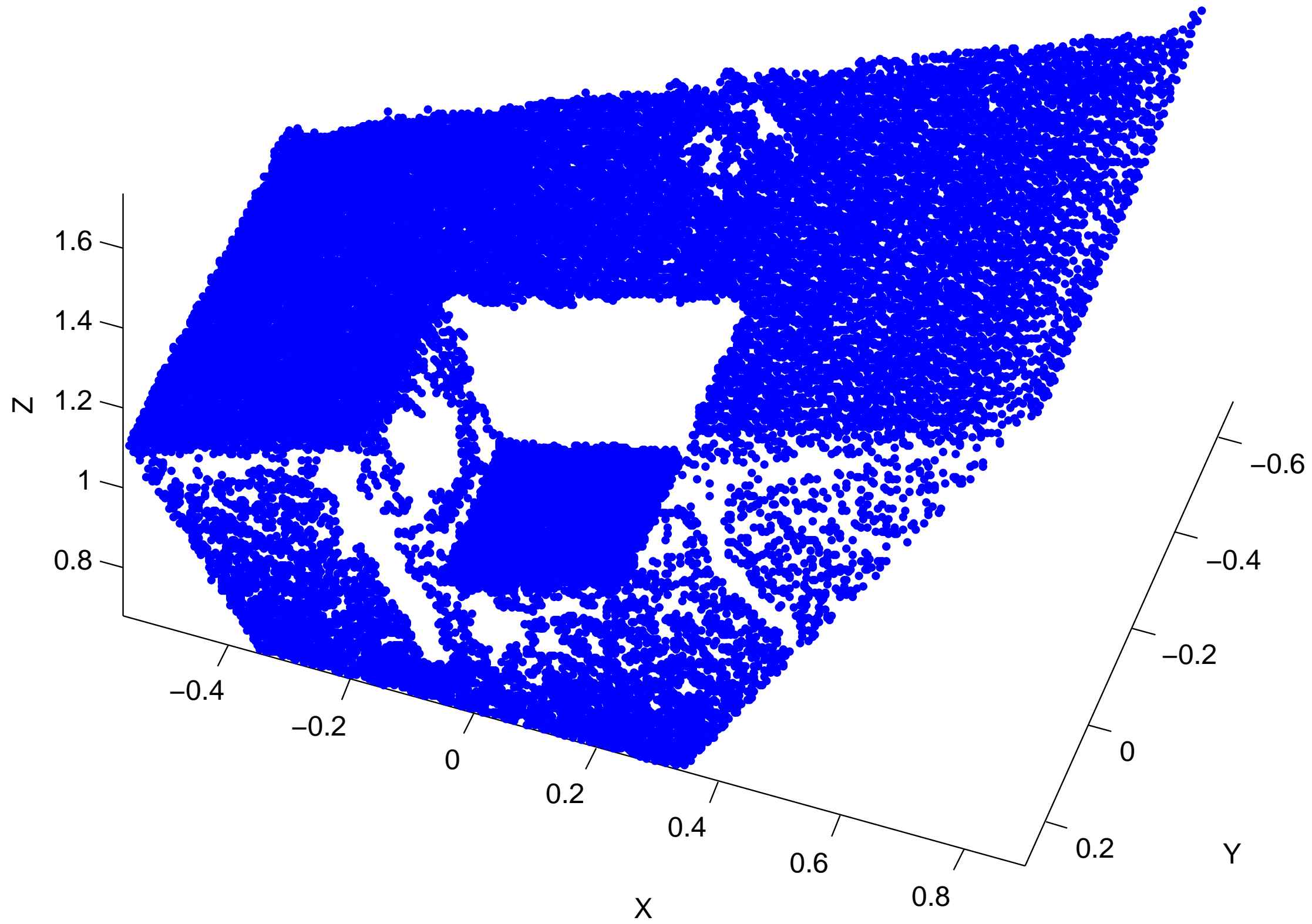
XBOX 360

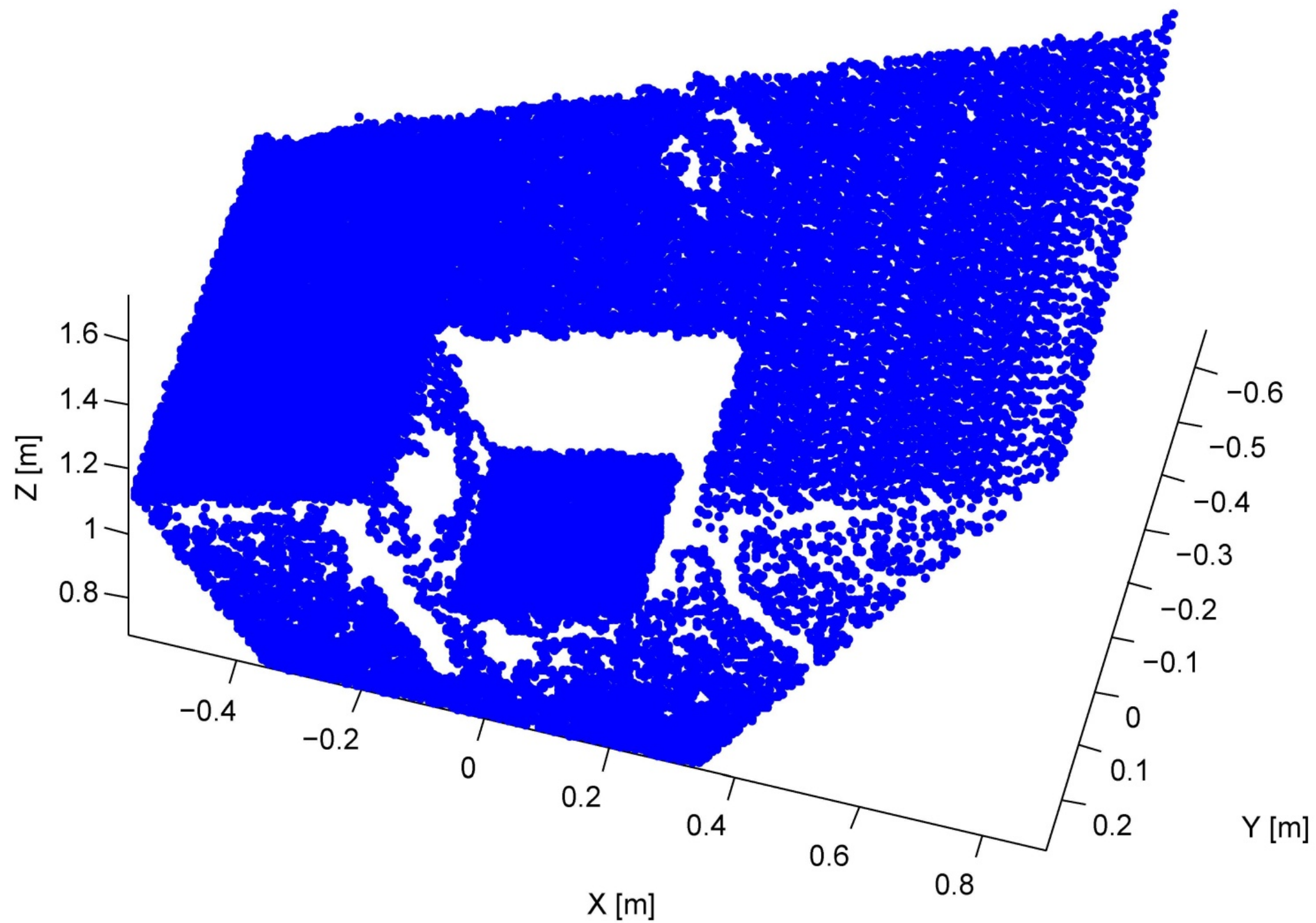
KINECT

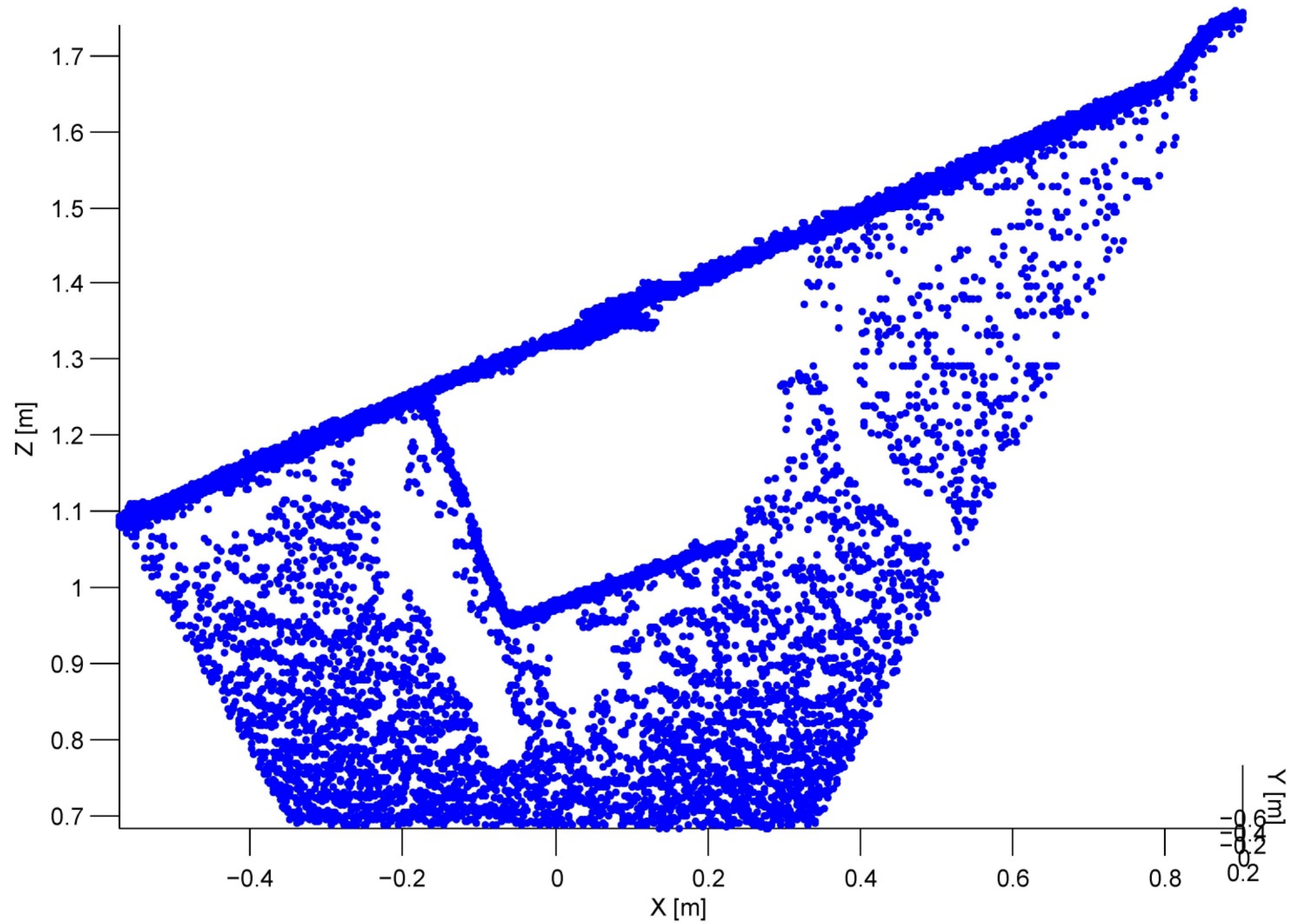


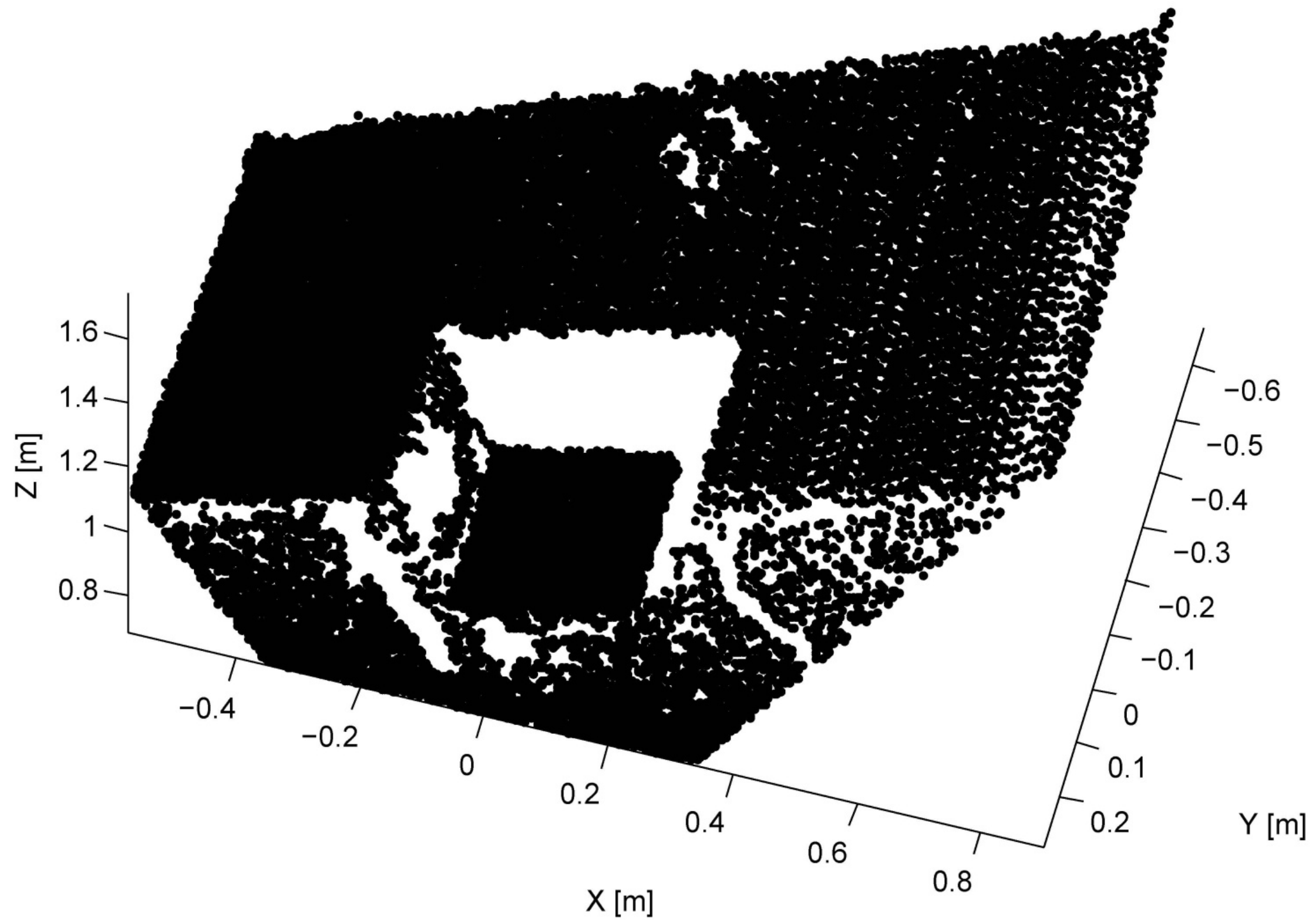


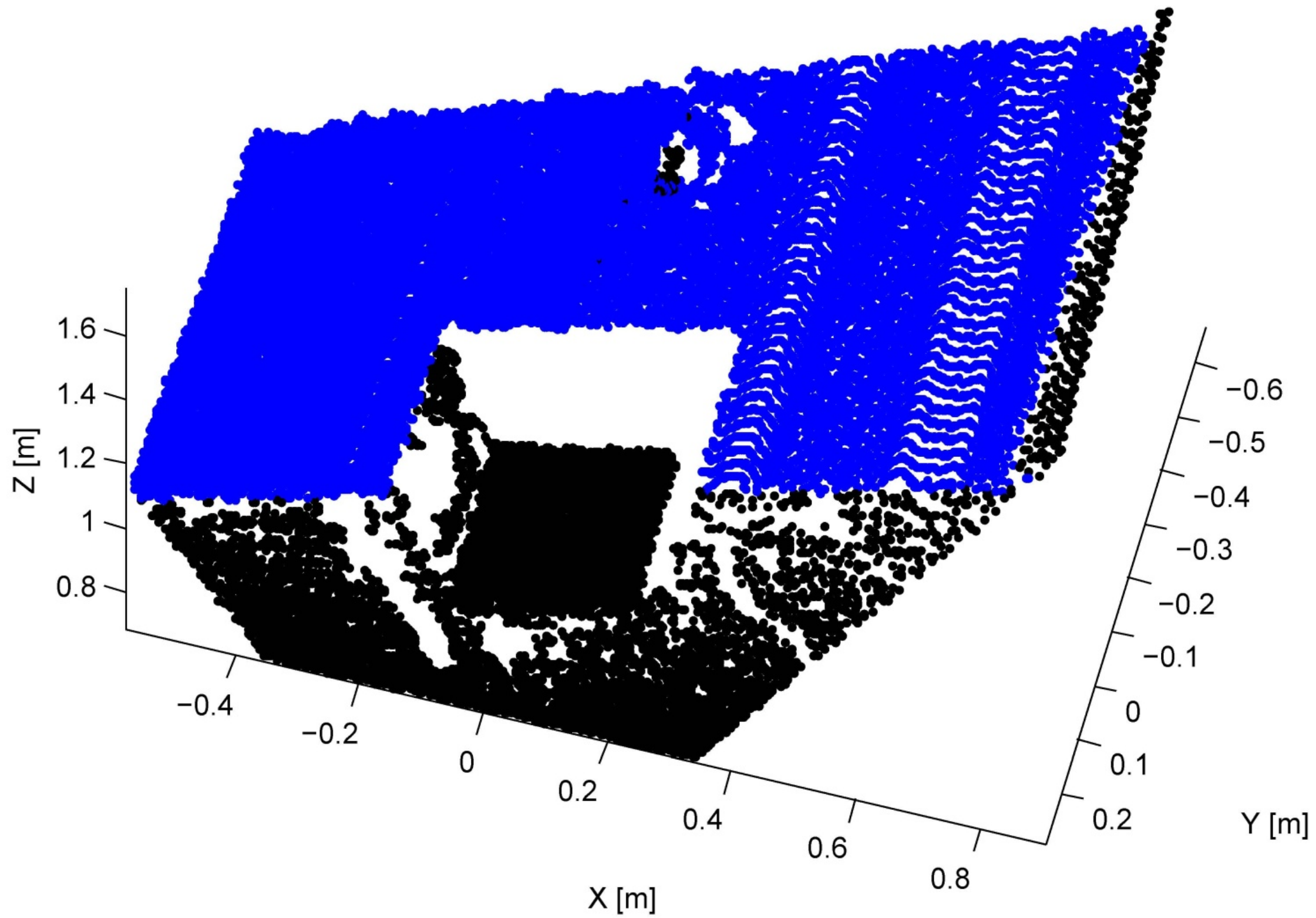


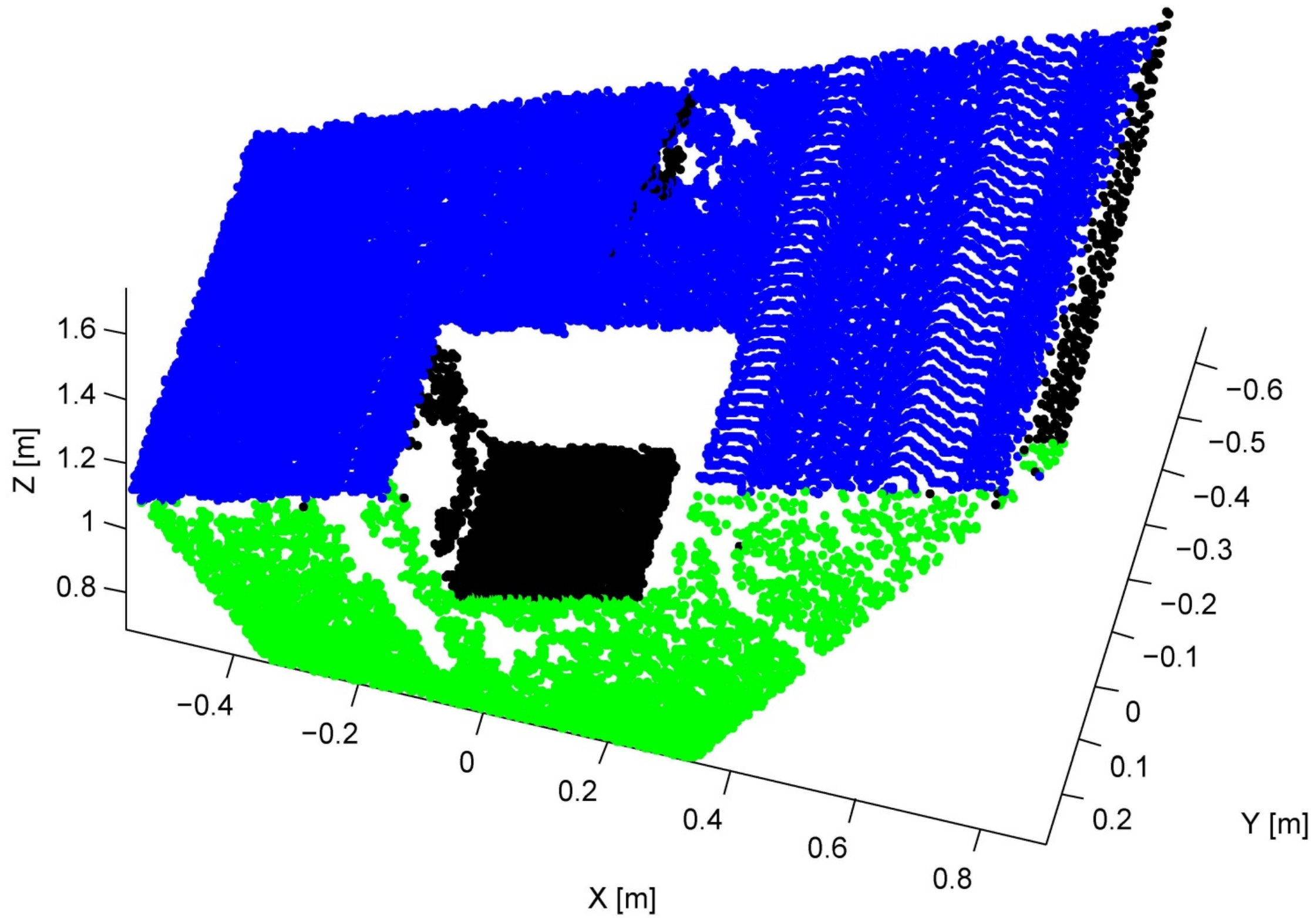


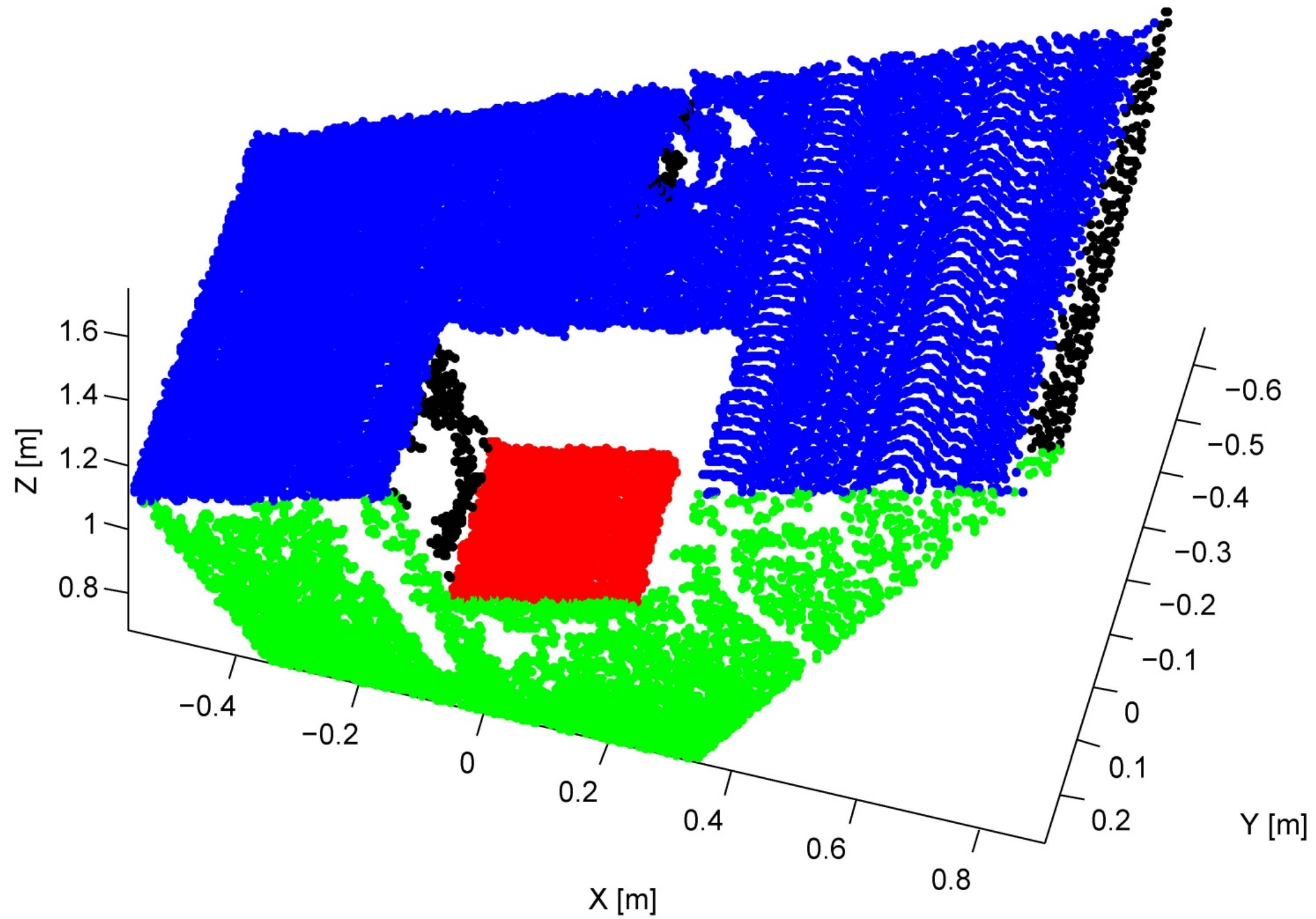


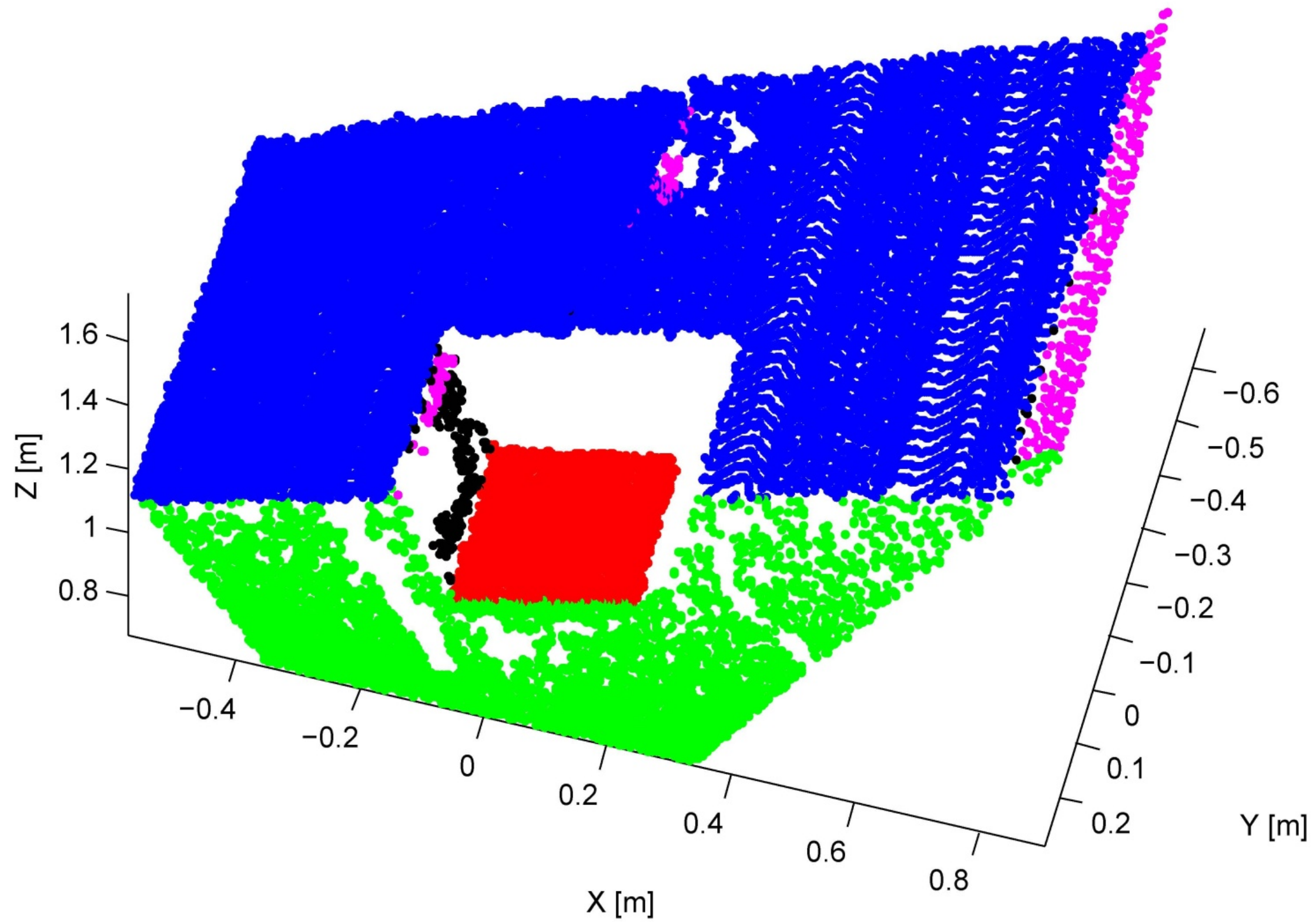


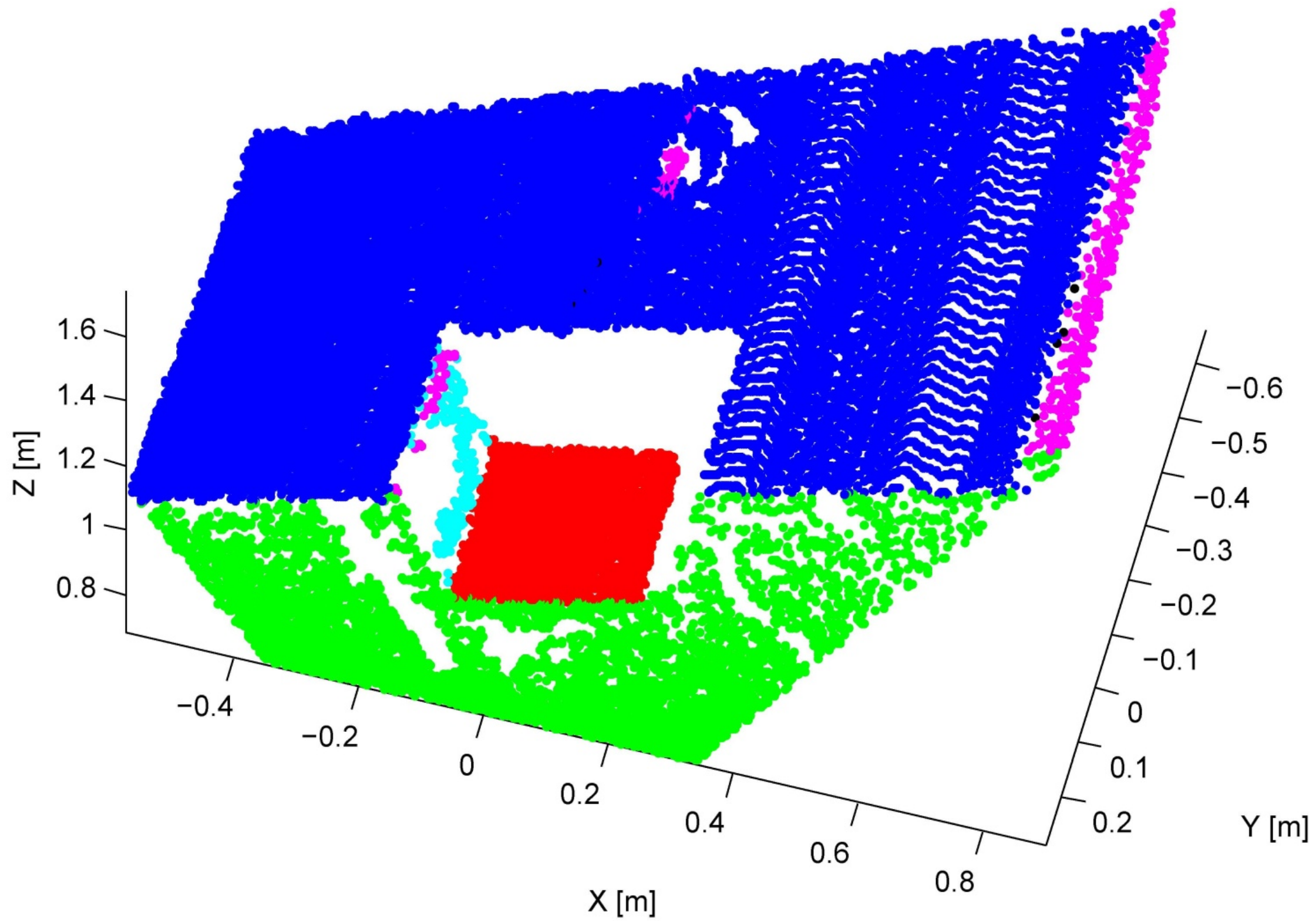


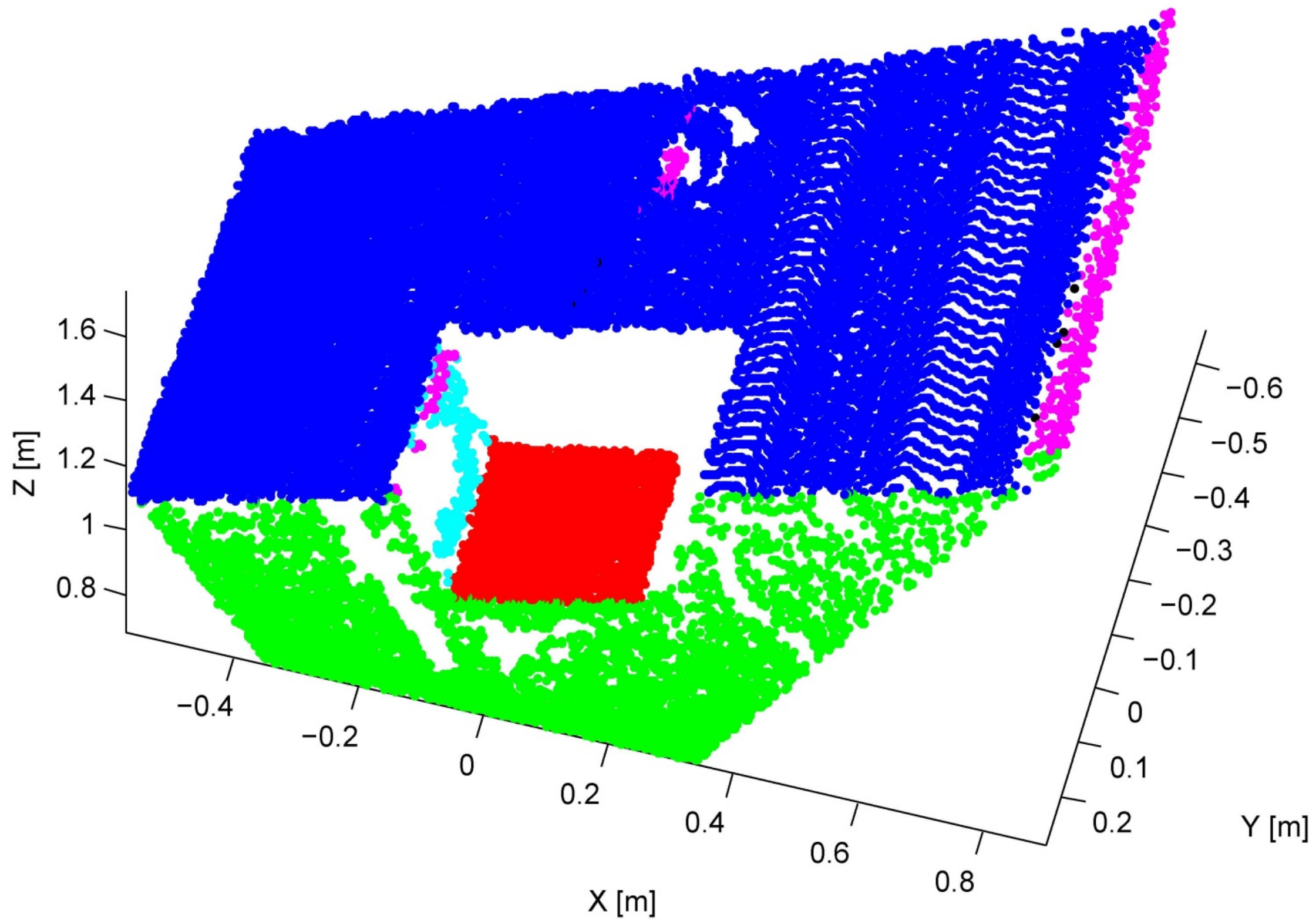


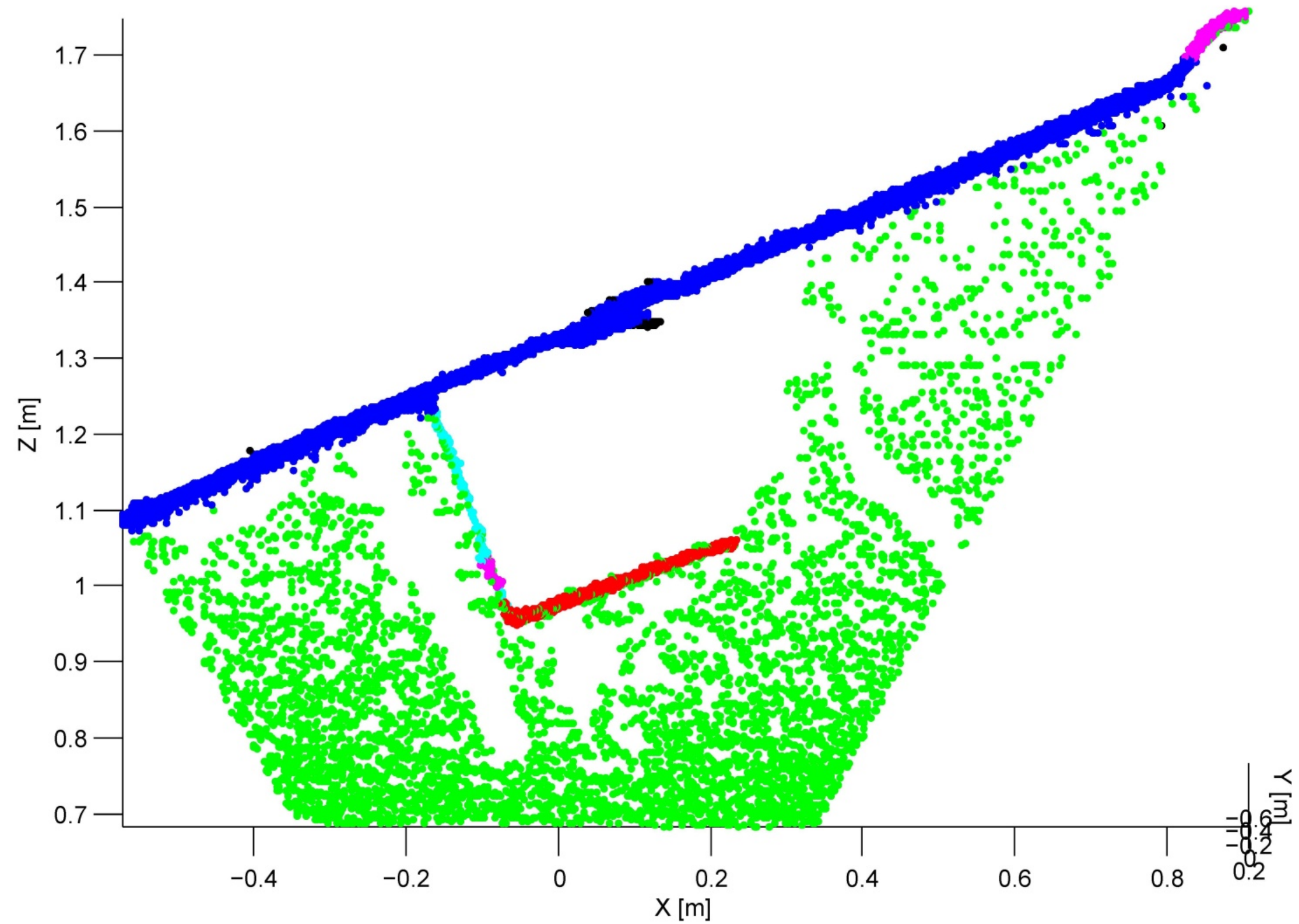


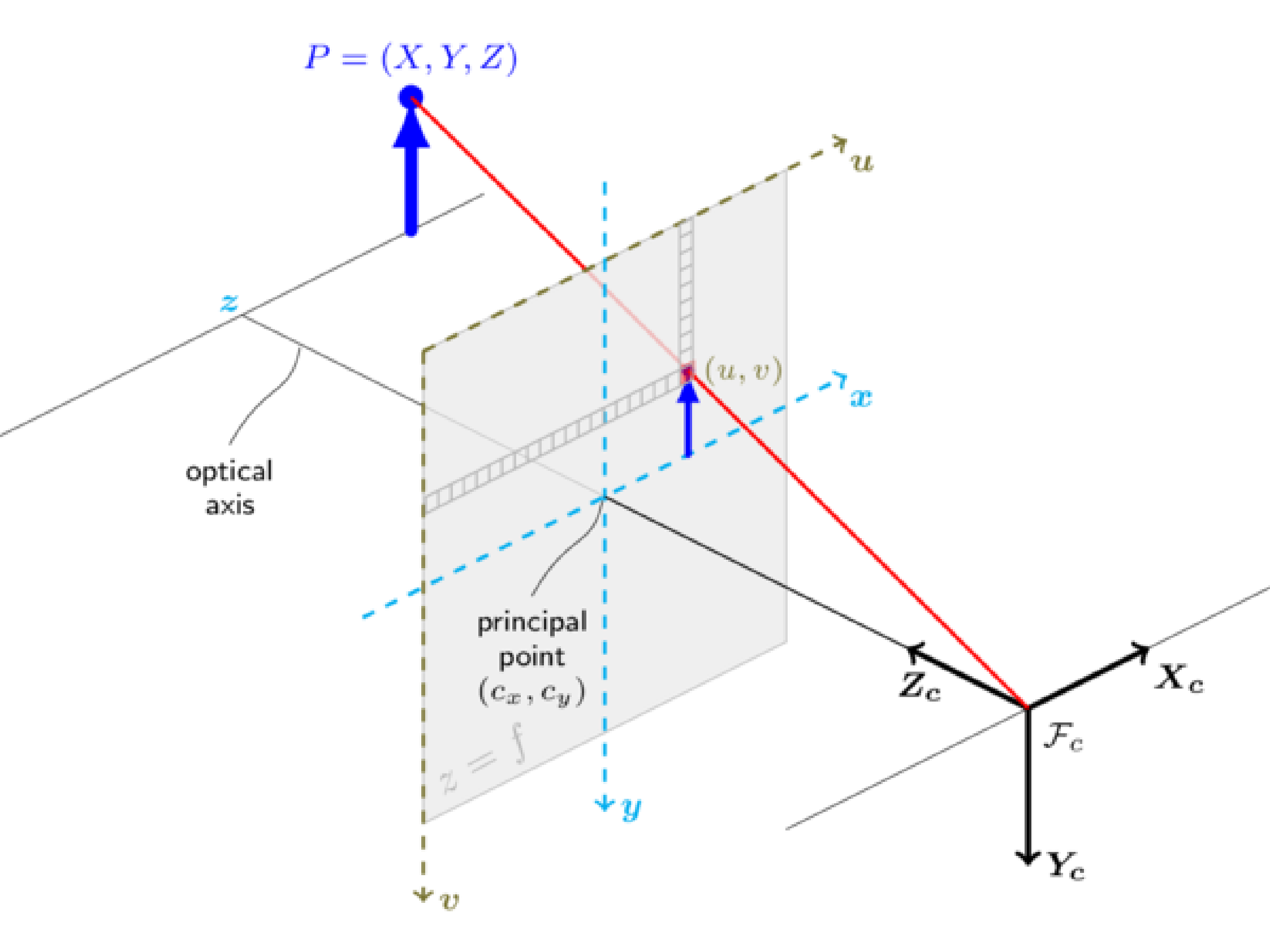












50
100
150
200
250
300
350
400
450



100

200

300

400

500

600

