

Metody zpracování dat z RGB kamery

Pavel Krsek

březen 2023

- ◆ Matematický popis transformací
- ◆ Obraz z kamery a barevný prostor
- ◆ Segmentace a popis oblastí
- ◆ Matematický model kamery

Zkoušeli jste již spusti roobot ?

A Ne, zatím jsem se k tomu nedostal

B Ano, na počítači v laboratoři

C Ano, nas svém počítači

Byli jste úspěšní (pokud jste se pokusili) ?

A Ano

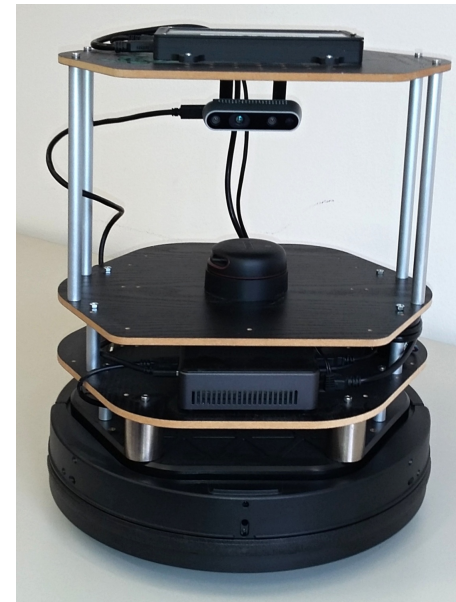
B Částečně

C Ne

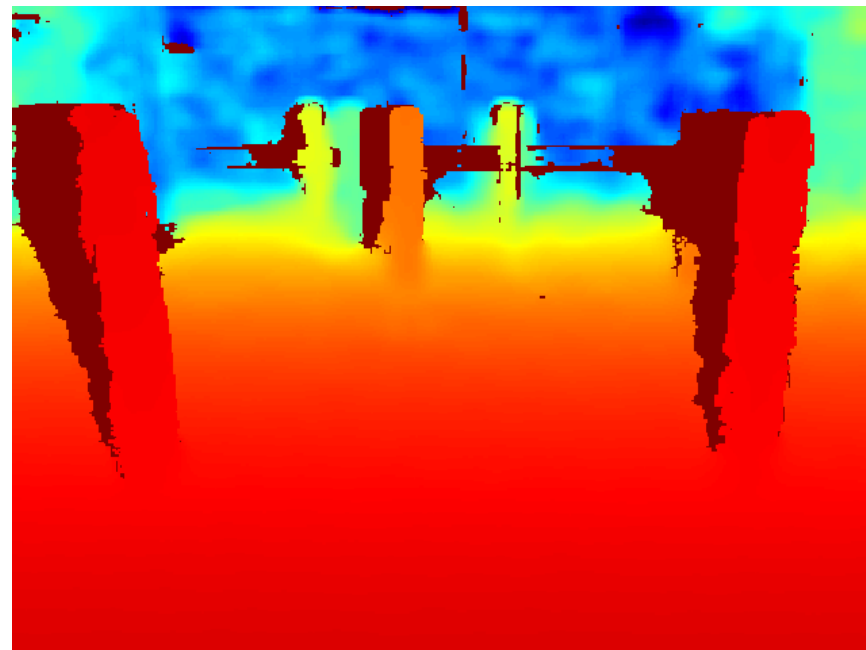


Důležité senzory

- ◆ Intel RealSens (Astra)
 - RGB kamera (640x480)
 - 3D hloubková kamera (různé rozlišení)
- ◆ Nárazník v přední části



RGB snímek



Hloubkový snímek

Matematické vztahy

bod, vektor, rovina, transformace,
homogenní souřadnice

Bod a jeho souřadnice

5/31

Eukleidovský prostor (kartézský prostor) \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 , ortonormální báze

\mathbb{R}^2

\mathbb{R}^3

Bod v prostoru

$$\mathbf{p} = [x, y]$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]$$

Lineární transformace

$$\begin{aligned}x' &= ax + by + c \\y' &= dx + ey + f\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x' &= ax + by + cz + d \\y' &= ex + fy + gz + h \\z' &= ix + jy + kz + l\end{aligned}$$

Maticový zápis

$$\begin{aligned}\mathbf{p}' &= \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t} \\ \mathbf{p} &= [x, y]^T, \mathbf{p}' = [x', y']^T\end{aligned}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [c, f]^T$$

$$\begin{aligned}\mathbf{p}' &= \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t} \\ \mathbf{p} &= [x, y, z]^T, \mathbf{p}' = [x', y', z']^T\end{aligned}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [d, h, l]^T$$

\mathbf{R} se nazývá transformační maticí a \mathbf{t} je translační vektor.

Vztah vektorů v \mathbb{R}^3

Máme dvojici vektorů v \mathbb{R}^3 : $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]$, $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$

Vzájemný úhel dvou vektorů - Skalární součin

Skalární součin: $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 = \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \cos \alpha$

Úhel vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\|}$$

Vektor kolmý na dvojici vektorů - Vektorový součin

Vektorový součin:

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \mathbf{n} \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha$$

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_2q_3 - p_3q_2 \\ p_3q_1 - p_1q_3 \\ p_1q_2 - p_2q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_1 \\ p_3 & 0 & -p_2 \\ -p_1 & p_2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

Normálový vektor:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha}, \quad \|\mathbf{n}\| = 1$$

Homogenní souřadnice

Definice: Uspořádanou n -tici čísel $[h_1, h_2, \dots, h_n]$ nazýváme homogenními souřadnicemi bodu $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{n-1}]$ v \mathbb{R}^{n-1} pokud platí že $h_1/h_n = p_1$, $h_2/h_n = p_2$, ..., $h_{n-1}/h_n = p_{n-1}$, kde p_1 až p_{n-1} jsou kartézské souřadnice bodu \mathbf{p} .

Vlastnosti homogenních souřadnic

- ◆ Rozšíření prostoru $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathbb{R}^3$ resp. $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}^4$
- ◆ Popis bodu není jednoznačný: $\mathbf{p}_H = [h_1, h_2, \dots, h_n] \sim \lambda[h_1, h_2, \dots, h_n]$, $\lambda \neq 0$
- ◆ Převod z/do homogenních souřadnic

$$\begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \\ \mathbf{p} = [u, v] \Rightarrow \mathbf{p}_H = [u, v, 1] \\ \mathbf{p}_H = [u, v, w] \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{u}{w}, \frac{v}{w}\right] \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \\ \mathbf{p} = [x, y, z] \Rightarrow \mathbf{p}_H = [x, y, z, 1] \\ \mathbf{p}_H = [x, y, z, w] \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right] \end{array}$$

- ◆ Lineární transformace souřadnic

$$\mathbb{R}^2 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{3 \times 3} \mathbf{p}_H \qquad \mathbb{R}^3 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{4 \times 4} \mathbf{p}_H$$

Transformace souřadnic

Euklidova (rigid) transformace souřadnic

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

kde \mathbf{R} je rotační matice

Maticový zápis v homogenních a kartézských souřadnicích

$$\mathbf{p}'_H = \mathbf{H} \mathbf{p}_H$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R} \mathbf{p} + \mathbf{t}$$

Opačná (inverzní) transformace

$$\mathbf{p}_H = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p}'_H$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}^T (\mathbf{p}' - \mathbf{t})$$

Afinní a projektivní transformace

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$

a

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$

\mathbb{R}^2 - přímka

\mathbb{R}^3 - rovina

Parametrické vyjádření (parametry s, t)

$$u = u_0 + a_1s$$

$$v = v_0 + a_2s$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s$$

$$x = x_0 + a_1s + b_1t$$

$$y = y_0 + a_2s + b_2t$$

$$z = z_0 + a_3s + b_3t$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s + \mathbf{b}t$$

Obecná rovnice (maticově v homogenních souřadnicích)

$$au + bv + c = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c]$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c, d]$$

Normála \mathbf{n}

$$\mathbf{n} = [a, b] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\mathbf{n} = [a, b, c] / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Vzdálenost Δ bodu \mathbf{p}_1

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Přímka v \mathbb{R}^3

Parametrické vyjádření (parametr s)

$$\begin{aligned}x &= x_0 + a_1 s \\y &= y_0 + a_2 s \quad \equiv \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s \\z &= z_0 + a_3 s\end{aligned}$$

Průsečík dvou rovin (řešení soustavy lineárních rovnic)

$$\begin{aligned}a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 &= 0 \\a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 &= 0\end{aligned}$$

Řešení soustavy homogenních lineárních rovnic (SVD)

- ◆ Soustava rovnic: $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$, matice \mathbf{A} je známá, hledáme řešení $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- ◆ SVD dekompozice: $\mathbf{A} = [\mathbf{U}|\mathbf{U}_0]_{m \times m} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n \times n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}|\mathbf{V}_0]_{n \times n}^T$
- ◆ Vektor \mathbf{V}_0 je pravým singulárním vektorem odpovídající nulovému vlastnímu číslu matice \mathbf{A} . Řešením je $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$.
- ◆ Pokud matice \mathbf{A} nemá nulové vlastní číslo a \mathbf{V}_0 odpovídá nejmenšímu z nich pak řešení $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$ minimalizuje normu $\mathbf{A}\mathbf{x}$.

Obraz z kamery

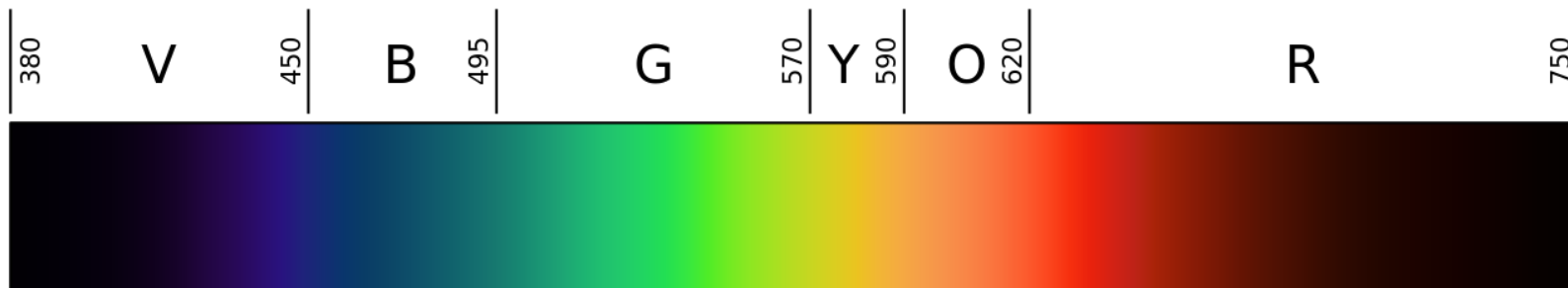
Pořízení obrazu a jeho reprezentace

Světlo = elektromagnetické záření

Viditelná část spektra: 390–760 nm (390–790 THz)

Parametry záření:

- ◆ Frekvence záření (vlnová délka) je detekována kamerou nepřímo.
- ◆ Amplituda (intenzita) je přímo kamerou snímána.
- ◆ Polarizace (příčné vlny) se využívá prostřednictvím polarizačních filtrů.
- ◆ Fáze má význam pouze pro koherentních zobrazení (holografie, interferometrie).



vlnová délka uvedena v nanometrech [nm]

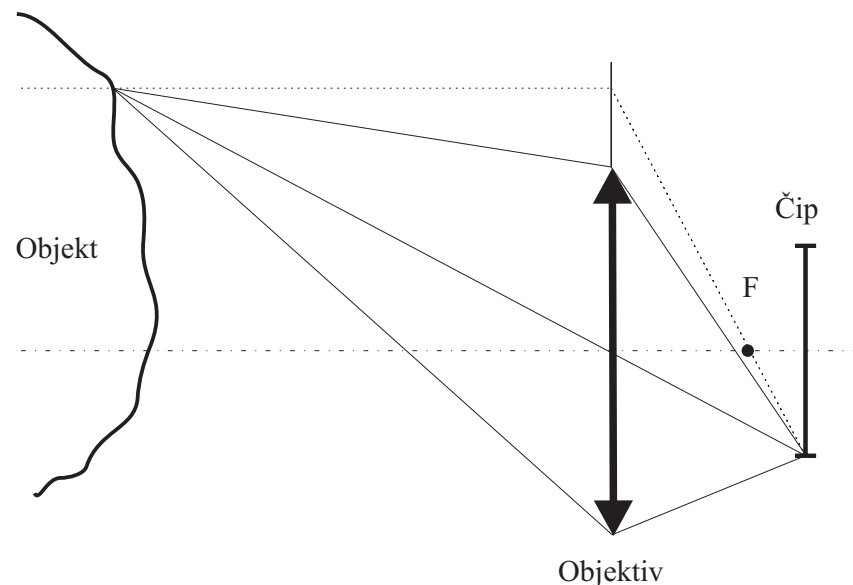
Formování obrazu

Klasický objektiv

- ◆ Vzdálenost objektu \gg ohnisková vzdálenost.
- ◆ Objektiv modelujeme jako tenkou čočku (středové promítání)

Vznik obrazu

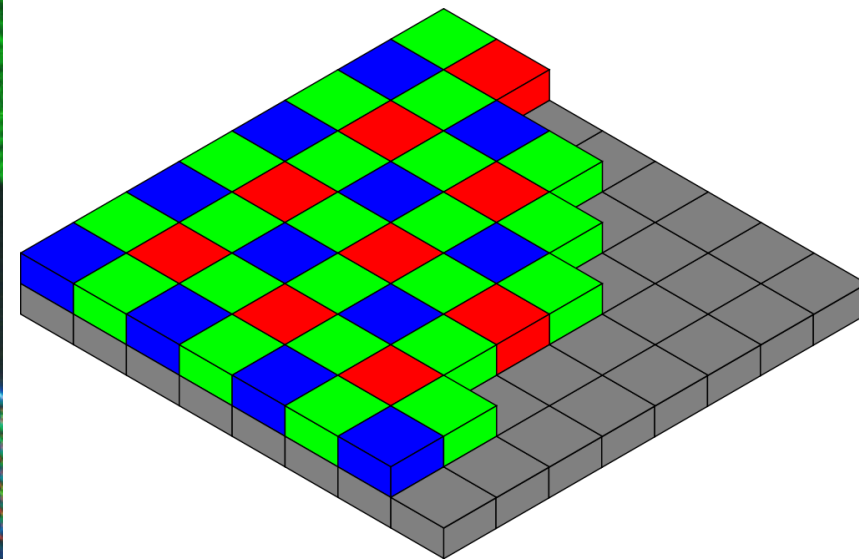
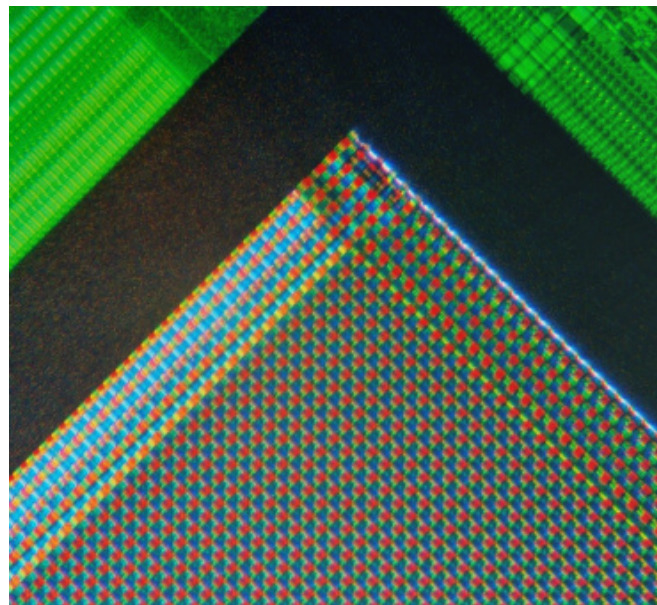
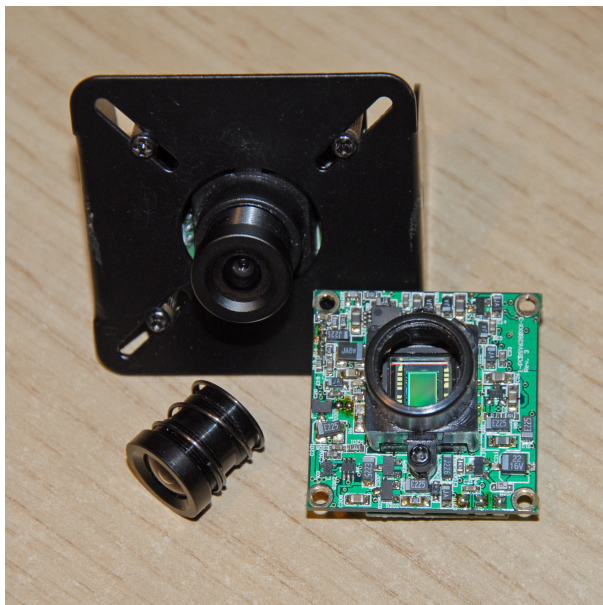
- ◆ Světlo se odráží od povrchu objektu.
- ◆ Odražené světlo promítá objektiv na čip (snímač).
- ◆ Snímač převádí světlo (fotony) na elektrický signál.



Snímač - obrazový senzor

Obvyklá realizace snímače

- ◆ Snímač se skládá z jednotlivých citlivých buněk - obrazových bodů.
- ◆ Dopadající světlo (fotony) se v polovodiči mění na nábojové páry (elektron-díra).
- ◆ Nábojové páry se ve statickém elektrickém poli mění na proudové impulzy.
- ◆ Impulzy jsou po dobu expozice integrovány nabíjením/vybíjením kondenzátoru.
- ◆ Obrazové body tvoří pravoúhlou síť se stejnými rozestupy v obou směrech.

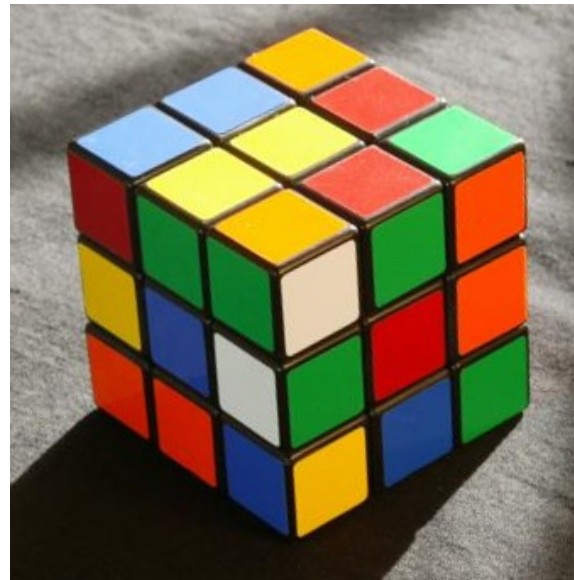


Vliv osvětlení na obraz

15/31

Rubikova kostka

- ◆ Osvětlená sluncem.
- ◆ Stín zprava osvětlen navíc žárovkou.
- ◆ Různé nastavení vyvážení bílé.



Barevné spektrum

- ◆ Osvětlené sluncem.
- ◆ Stín vlevo osvětlen navíc žárovkou.



Obraz z kamery na robotu

16/31

RGB snímek



```
I = turtle.get_rgb_image()
```

```
element = I [řádek, sloupec, barva] ∈ ⟨0; 255⟩
```

```
barva ∈ [0, 1, 2] ≡ B, G, R
```


Segmentace a popis objektů

Prahování v prostoru HSV, spojitě oblasti,
popis objektů

Segmentace

18/31

Princip segmentace

- ◆ Podstatou je rozdělit obraz na popředí (objekty zájmu) a pozadí.
- ◆ Výstupem segmentace je binární obrázek.
- ◆ Obrazové body popředí/pozadí jsou obvykle reprezentovány log. 1/0.
- ◆ Existuje řada různých metod segmentace



Příklady segmentačních metod:

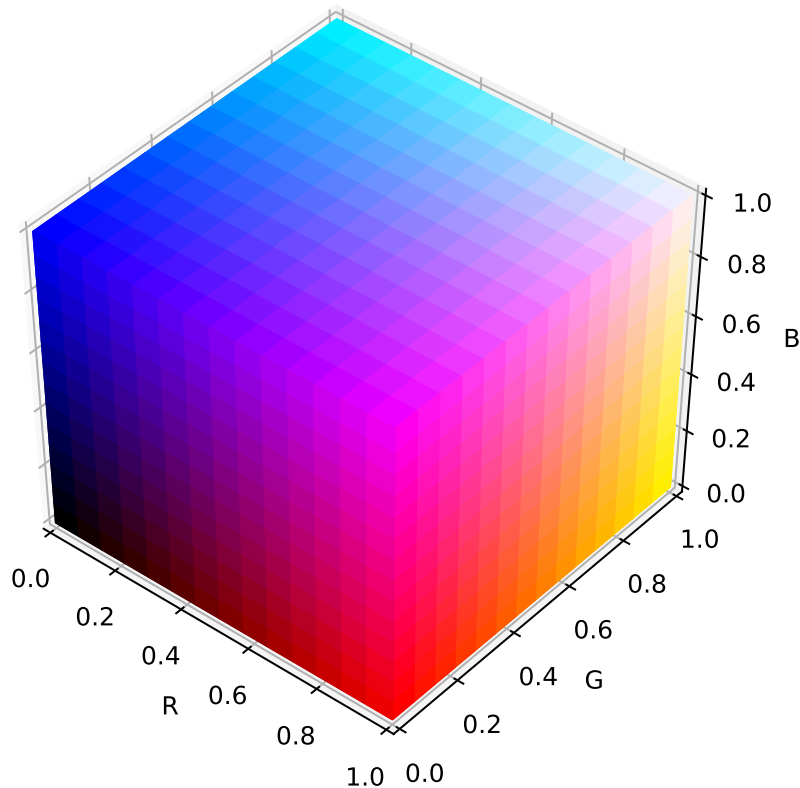
- ◆ Prahování (tresholding)
- ◆ Shluková analýza (K-means)
- ◆ Hranová detekce (edge detection)
- ◆ Narůstání oblastí na základě podobnosti bodů
- ◆ Aktivní kontury (active contours)
- ◆ Statistické metody (Markov random fields,...)



Barevný prostor

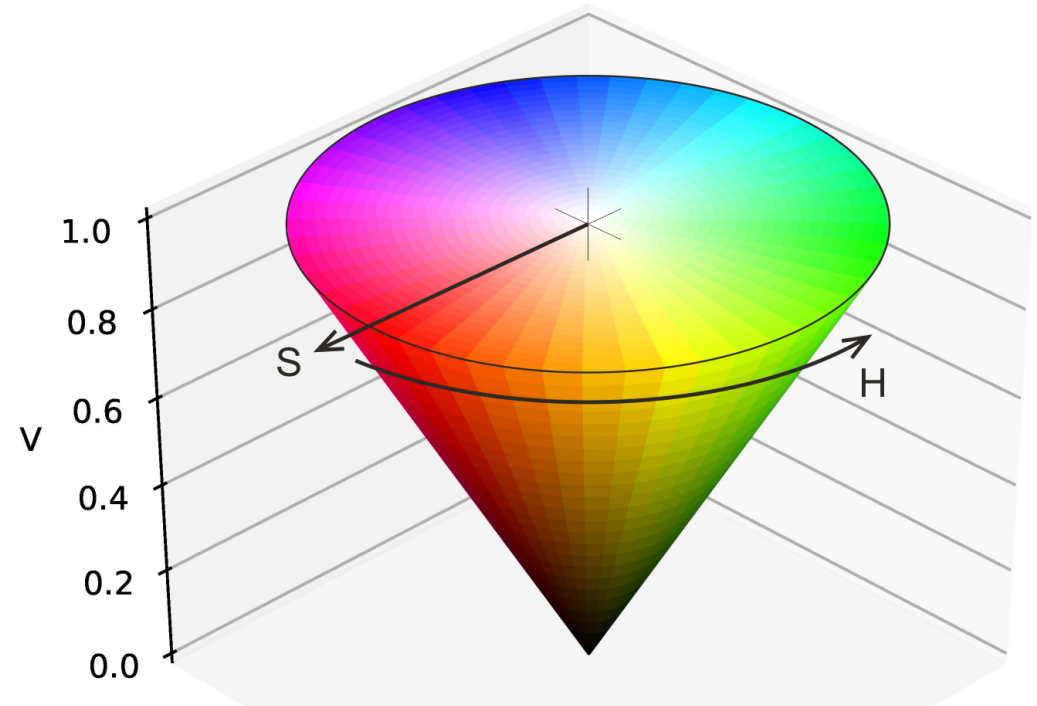
19/31

RGB



- ◆ Red - intenzita červeného kanálu.
- ◆ Green - intenzita zeleného kanálu.
- ◆ Blue - intenzita modrého kanálu.

HSV



- ◆ Hue - odstín barvy odpovídá dominantní vlnové délce (spektrální barvě).
- ◆ Saturation - sytost barvy popisuje, jak je barva vzdálena od neutrální šedé/bílé.
- ◆ Value - hodnota jasu vyjadřuje kolik světla barva odráží.

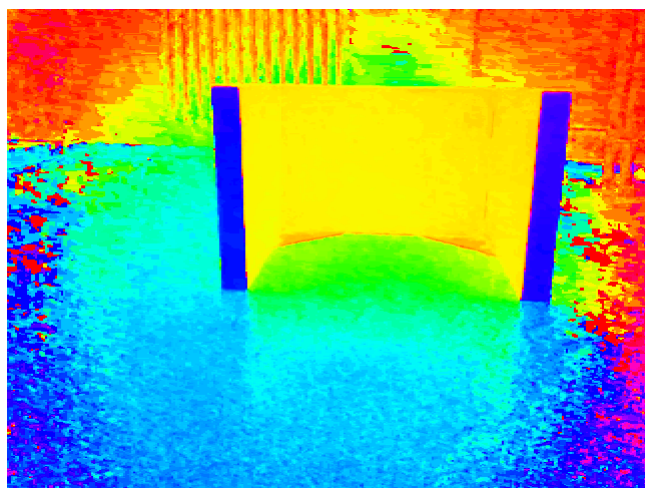
Snímek v prostoru HSV

20/31

element = I^{HSV} [řádek, sloupec, barva], barva $\in [0, 1, 2] \equiv H, S, V$



	BGR	HSV
Modrá:	[255, 0, 0]	[120, 255, 255]
Zelená:	[0, 255, 0]	[60, 255, 255]
Červená:	[0, 0, 255]	[0, 255, 255]
Fialová:	[255, 0, 255]	[150, 255, 255]
Bílá:	[255, 255, 255]	[0, 0, 255]



$H \in \langle 0; 179 \rangle$



$S \in \langle 0; 255 \rangle$



$V \in \langle 0; 255 \rangle$

Převod z RGB do HSV

```
hsv = cv2.cvtColor(im, cv2.COLOR_BGR2HSV)
```

Prahování (thresholding)

21/31

Segmentujeme na základě barvy hledaného objektu.

◆ Zvolíme referenční barvu (fialová)

$$I_{ref}^{BGR} = [86, 40, 40] \rightarrow I_{ref}^{HSV} = [120, 136, 86]$$

◆ Definujeme podmínky

1. Odstín barvy je podobný referenční:

$$|I_{ref}^H - I^H| < t_1$$

2. Tmavé oblasti (nejistá barva) nejsou popředím:

$$I^V > t_2$$

3. Hledané objekty jsou barevně saturované:

$$I^S > t_3$$

◆ Stanovíme jednotlivé prahy

- Prahly nastavujeme na základě výsledku segmentace
- Vždy nutno testovat na větším počtu obrázků (různé podmínky)



Mírný práh



Optimální práh



Přísný práh

Označení spojitých oblastí (labeling)

22/31

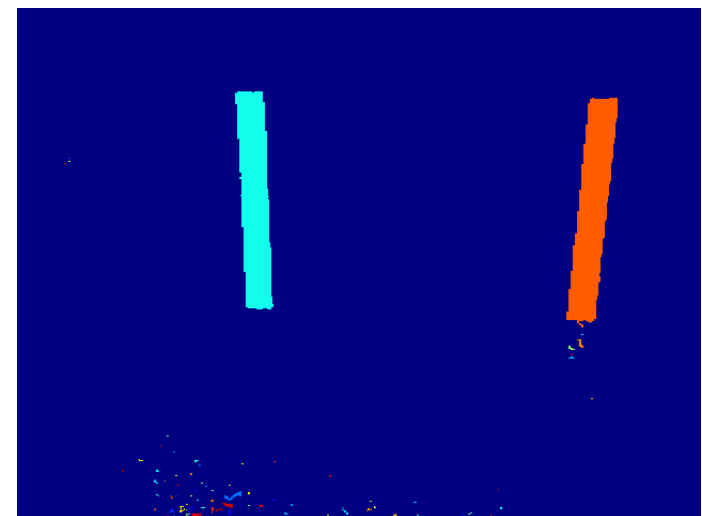
- ◆ Vstupem je binární obraz (pozadí/popředí)
- ◆ Výstupem je obraz s indexy (labels) spojitých oblastí
- ◆ Obrazové body každé spojité oblasti jsou označena vlastním indexem
- ◆ Spojitost oblasti: 4-okolí, 8-okolí



Realizace v OpenCV

```
out = cv2.connectedComponentsWithStats( binary_mask.astype(np.uint8) )
```

out[0] ... počet oblastí,
 out[1] ... obraz s index oblastí
 out[2] ... parametry oblastí
 [bod nejvíce vlevo, bod nejvýše, šířka, výška, plocha],
 out[3] ... střed / těžiště oblasti.
 PZOR: První oblast je pozadí (index 0)



Popis oblastí

OpenCV počítá většinu parametrů na základě obrysu (countour).

```
img_map, contours, hierarchy =  
    cv2.findContours(interest, cv2.RETR_EXTERNAL, cv2.CHAIN_APPROX_NONE)  
cnt = contours[k]
```

Parametry spojitých oblastí (Area & Contour Properties)

- ◆ Plocha S a obvod O

$$\text{Kompaktnost (compactness)} = \frac{O^2}{S}$$

```
area = cv2.contourArea(cnt)  
lng = cv2.arcLength(cnt, True)
```

- ◆ Střed oblasti (těžiště)

```
M = cv2.moments(cnt)  
cx = (M['m10']/M['m00'])  
cy = (M['m01']/M['m00'])
```

- ◆ Momenty spojitě oblasti

$$m_{pq} = \sum_u \sum_v u^p v^q I_b(u, v)$$
$$\mu_{pq} = \sum_u \sum_v (u - \bar{u})^p (v - \bar{v})^q I_b(u, v)$$

```
x, y, w, h = cv2.boundingRect(cnt)
```

- ◆ Nejmenší opsaný obdélník (strany a , b)

$$\text{Pravoúhlost (rectangularity)} = \frac{a \cdot b}{S}$$

```
rect = cv2.minAreaRect(cnt)  
box = cv2.boxPoints(rect)
```

- ◆ Konvexní obal (plocha H , obvod)

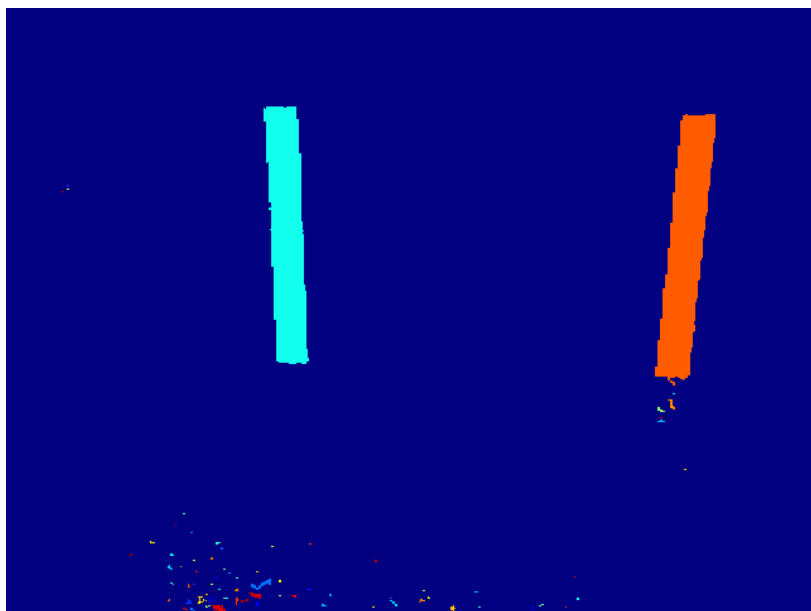
$$\text{Členitost (solidity)} = \frac{S}{H}$$

```
hull = cv2.convexHull(cnt)
```

Výběr oblastí zájmu

24/31

Základní parametry poskytuje “labeling”



Parametry oblastí:

$[-, -, \text{šířka}, \text{výška}, \text{plocha}, c_v, c_u]$

[0, 0, 640, 480, **295868**, 317.16, 241.23]

[204, 78, 36, 204, **5178**, 221.97, 178.02]

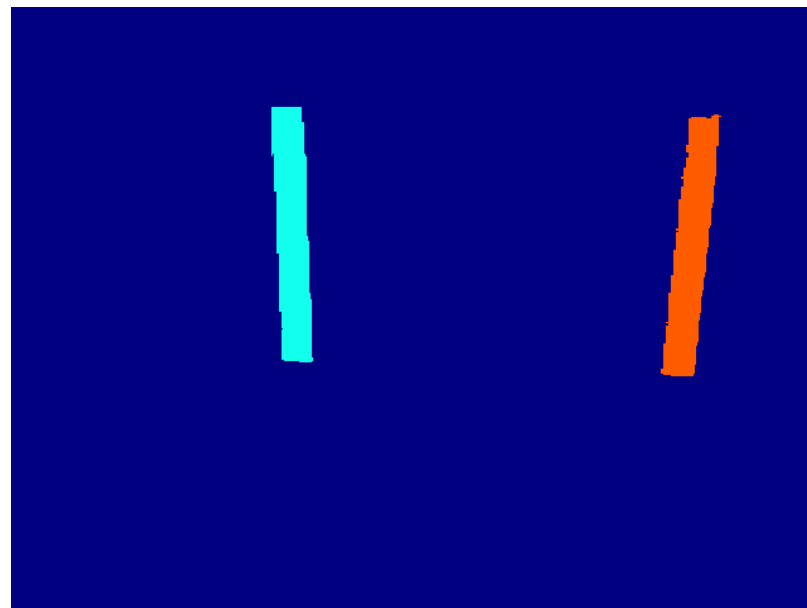
[514, 84, 48, 215, **5667**, 537.97, 187.83]

[524, 310, 6, 8, **21**, 526.76, 313.48]

[44, 145, 2, 1, **2**, 44.50, 145.00]

Identifikace objektů

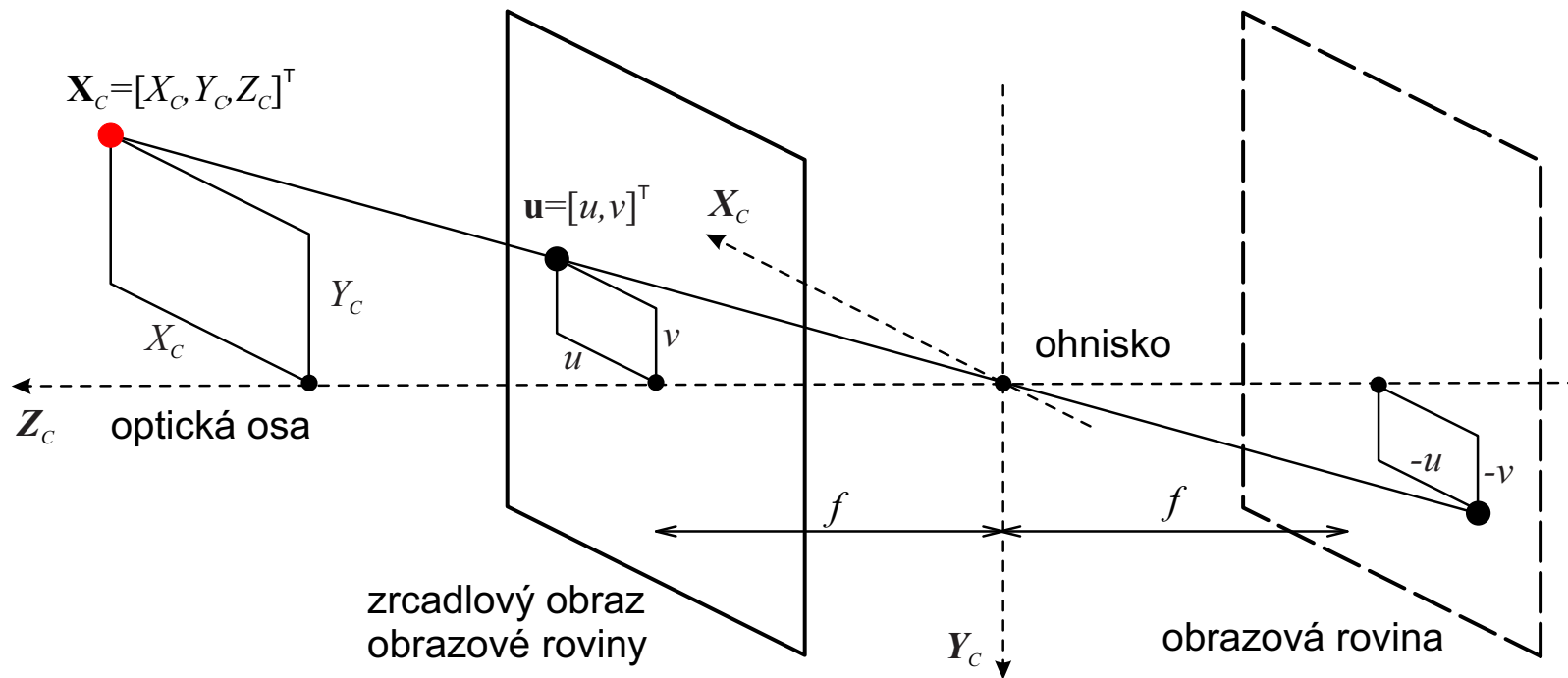
- ◆ Hledané objekty relativně velké.
- ◆ Stanovíme podmínku na plochu: $S > t_4$
- ◆ Sloupky jsou v obraze svislé a tenké.
- ◆ Stanovíme podmínku na poměr šířky výšky:
 $\frac{h}{w} > t_5$



Model kamery

Přepoččet mezi souřadnými soustavami

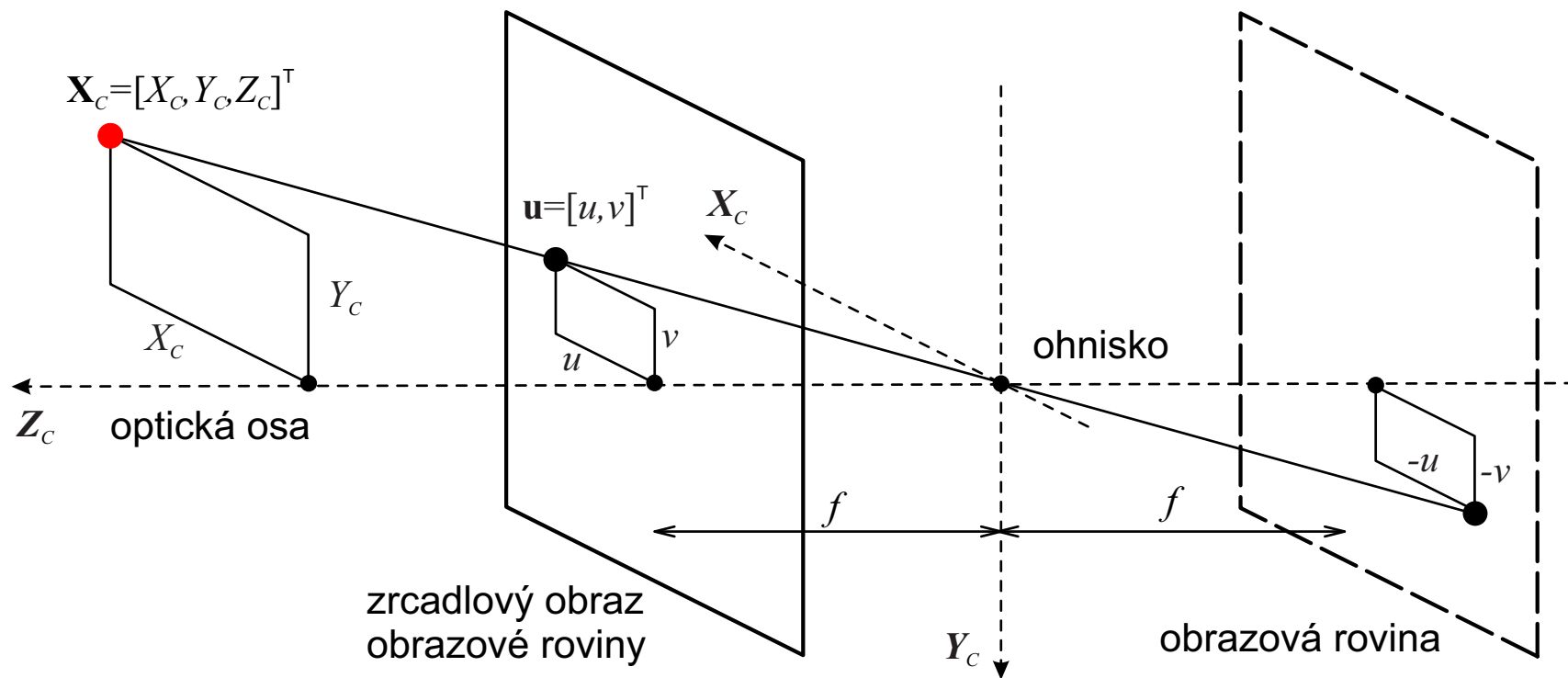
Model kamery a značení



Značení

- ◆ Souřadnice obrazových bodů: $\mathbf{u} = [u, v]^T$,
v homogenních souřadnicích $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$.
- ◆ Souřadnice 3D bodů ve scéně: $\mathbf{X}_C = [X_C, Y_C, Z_C]^T$,
v homogenních souřadnicích $\mathbf{X}_C = [X_C, Y_C, Z_C, W_C]^T$
(souřadná soustava kamery).
- ◆ Ohnisková vzdálenost f

Konstrukce matematického modelu



Středové promítání

- ◆ Dírková kamera - nejjednodušší model pro projekci v kamerách.
- ◆ Perspektivní projekce (středové zobrazení) - reprezentuje model kamery.
- ◆ Na základě podobnosti trojúhelníků: $u = f \frac{X_C}{Z_C}$ $v = f \frac{Y_C}{Z_C}$
- ◆ Lineární pro f , X_C , Y_C , nelineární pro Z_C .

Projekce bodu do borazové roviny

28/31

Světová souřadná soustava \mathbf{X}

$$\mathbf{X}_C = \mathbf{R} \mathbf{X} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{X}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

Základní vztah projekce

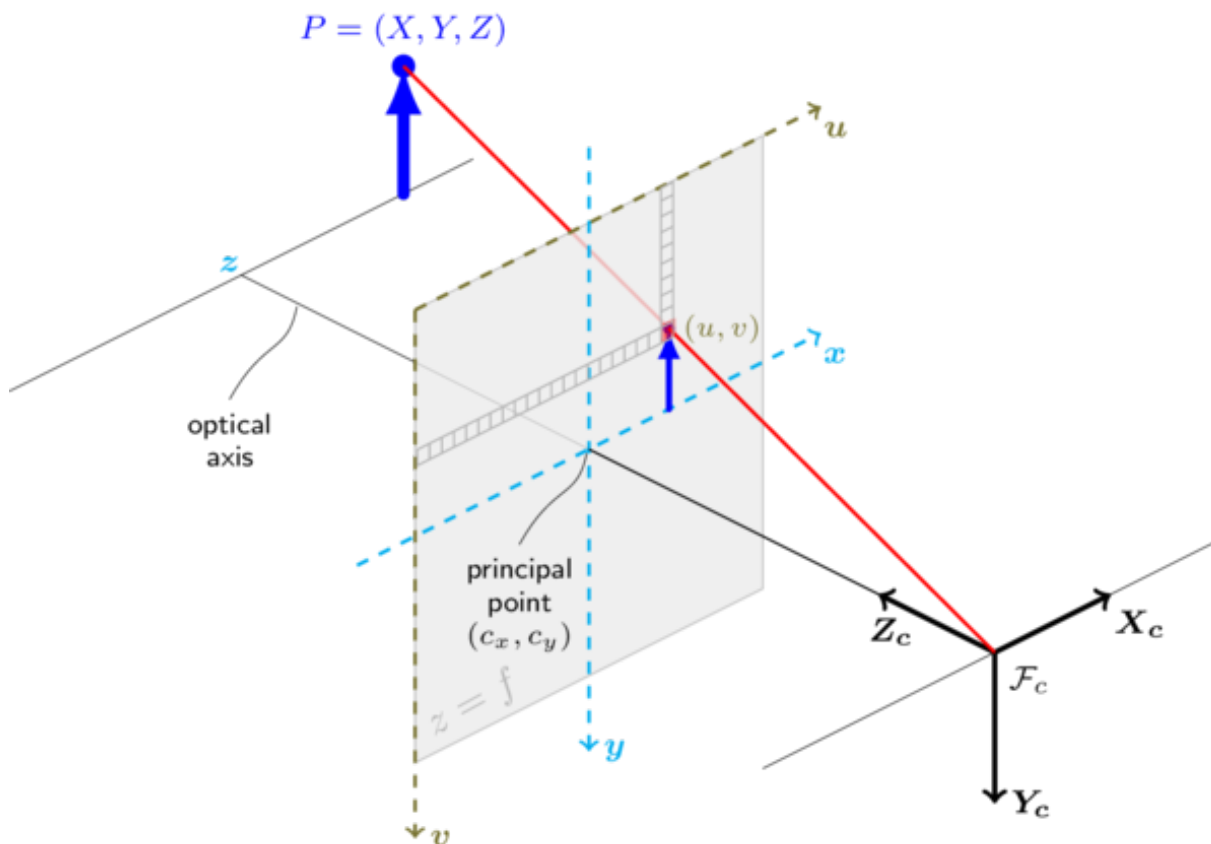
$$u = \frac{X_c f_x}{Z_c} + c_x, \quad v = \frac{Y_c f_y}{Z_c} + c_y$$

Maticový zápis (využívá homogenní souřadnice)

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_H \\ v_H \\ w_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_C$$

Model kamery

Dírková kamera ~ středové promítání



$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right)$$

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t})$$

Promítání bodů v obraze

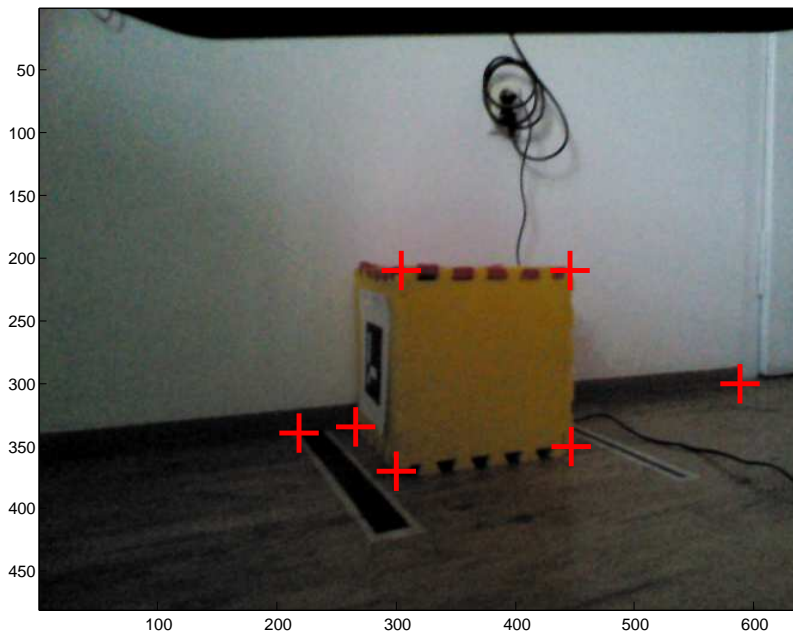
- ◆ Bodu v obraze \mathbf{u} odpovídá paprsek v prostoru
- ◆ Paprsek je přímka popsaná bodem \mathbf{x} a směrovým vektorem \mathbf{s} .

Přímka (paprsek) v souřadnicové soustavě kamery:

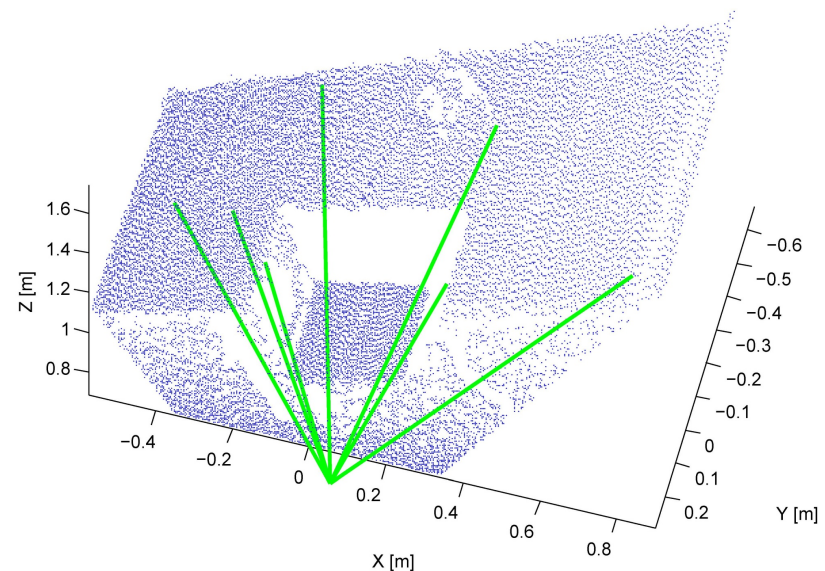
$$1/\lambda \mathbf{s}_C = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u} \quad \mathbf{x}_C = [0, 0, 0]$$

Přímka (paprsek) v globální souřadnicové soustavě:

$$\mathbf{s} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_C \quad \mathbf{x} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{x}_C - \mathbf{t})$$



Body ve snímku



Odpovídající paprsky v prostoru

Zpracování obrazu

[Sonka1993] Mialn Sonka, Vaclav Hlavac a Roger Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. ISBN: 978-0-412-45570-4, Springer US, 1993.

[Zanuttigh2016] Pietro Zanuttigh, Giulio Marin, Carlo Dal Mutto, Fabio Dominio, Ludovico Minto a Guido Maria Cortelazzo. *Time-of-Flight and Structured Light Depth Cameras: Technology and Applications*. ISBN: 978-3-319-30971-2, Springer, 2016.

Houghova transformace

[DudaHart1972] R.O. Duda a P.E. Hart. *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*. Communications of the ACM, 15(1):11–15, 1972.

[Ballard1981] D.H. Ballard. *Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes*. Pattern Recognition, ISSN: 0031-3203, 13(2):111 - 122, 1981