Abstraktní datové typy

Karel Richta a kol.

Přednášky byly připraveny s pomocí materiálů, které vyrobili Marko Berezovský, Petr Felkel, Josef Kolář, Michal Píše a Pavel Tvrdík

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

© Karel Richta a kol., 2023

Datové struktury a algoritmy, B6B36DSA
04/2023, Lekce 8

https://cw.fel.cvut.cz/wiki/courses/b6b36dsa/start

O čem bude řeč?

Obecná charakterizace a způsoby implementace následujících abstraktních datových typů (ADT):

- **Pole (Array)**
- **Zásobník (*Stack*)**
- **Fronta (*Queue*)**
- **Tabulka (*Table*)**
- **Seznam *(List)***
- **Množina bez opakování *(Set), s opakováním (MultiSet, Bag)***
- **Strom *(Tree)* –** *později*
- ***Graf (Graph)*** – *později*

Co je to (datový) typ?

- Každá hodnota zpracovávaná v programu je nějakého **typu**.
- Souhrn použitelných typů je dán užitým **programovacím jazykem**.
- Typ se stanoví při deklaraci proměnné a určuje
  - ***množinu (obor) hodnot***, které je možné daným typem vyjádřit
  - ***vnitřní reprezentaci*** *v počítači* (velikost paměti, kódování hodnot)
  - ***přípustné operace***, které lze nad hodnotami daného typu provádět.

  Např. v Pascalu je typ **`boolean`** :
    - množina hodnot je {**`true`** , **`false`**}
    - reprezentace v 1 byte, významný je bit 0 (záleží na implementaci)
    - přpustné logické operace **`not`**, **`and`**, **`or`**
- **Příklady**
  - základní/elementární typy: char, byte, int, float, double, uint, …
  - reference a ukazatele
  - strukturované typy (array, struct, union, class,…)

Abstraktní datový typ (ADT)

- Při tvorbě reálných aplikací lze využít obecného modelu datové struktury vyjádřeného pomocí **abstraktního datového typu:**
  - určíme použité datové komponenty
  - určíme operace a jejich vlastnosti
  - abstrahujeme od způsobu implementace
- **Výhody**
  - ADT je určen tím, co na něm požadujeme/potřebujeme
  - ADT lze implementovat různými způsoby, aniž by to ovlivnilo jeho chování
  - ADT implementujeme pomocí vhodné ***datové struktury*** *(DS)*
  - existuje řada často užívaných modelových ADT
- **Příklad**: *bod určený třemi souřadnicemi [x,y,z]* – lze s ním pracovat jako s celkem při programování grafiky

Abstraktní datový typy /
/ datová struktura

Abstraktní datový typ

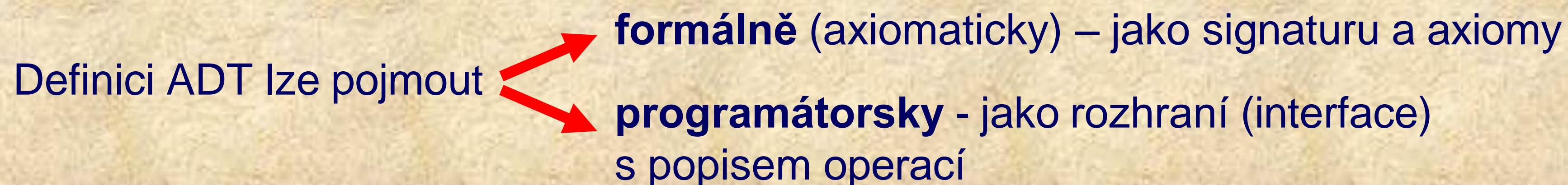
= množina ***druhů dat*** (hodnot) a ***operací***, které jsou přesně specifikovány ***nezávisle na konkrétní implementaci***

- reprezentuje ***model*** složitějšího datového typu
- *je* ***abstraktní model*** - nezávisí na implementaci

Datová struktura

= konkrétní implementace ADT v daném programovacím jazyce

- zahrnuje reprezentaci druhů dat obsažených v ADT
- a volbu algoritmů, které implementují operace ADT



Příklad: ADT Čítač (rozhraní)

```
public interface Counter {
   int getValue();
   void increment();
   void reset();
}
```

rozhraní

+ popis účinku operací na data

ADT

```
public class Ctr implements Counter {
   private int value = 0;
   public int getValue() { return value; }
   public void increment() { value++; }
   public void reset() { value = 0; }
}
```

Datová struktura

možná implementace

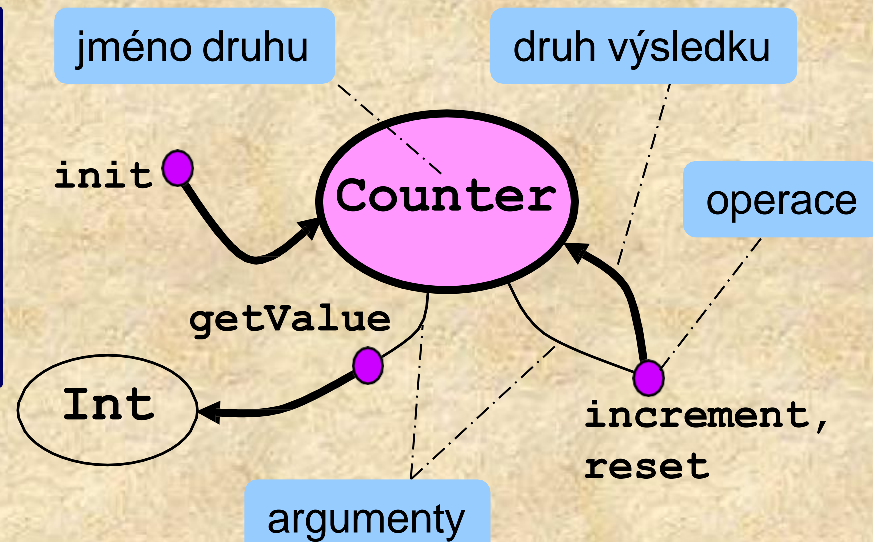
(pro uživatele je skryta, ten používá jen veřejné metody objektu)

Příklad: ADT Čítač (formální popis)

Signatura

Popisuje **syntaxi**, tj. deklaruje
- **druhy** (jména oborů hodnot) a
- **operace**
  - jméno,
  - druhy (a pořadí) argumentů
  - druh výsledku operace (JEDEN!)

Diagram signatury



Axiomy

Popisují **vlastnosti operací** (sémantiku) prostřednictvím **ekvivalence výrazů**

var C: Counter
getValue(init) = 0
getValue(increment(C)) = getValue(C) + 1
reset(C) = init

Shrnutí

Datový typ

Konkrétní prostředek v daném jazyce

= datová struktura použitelná v konkrétním jazyce

Abstraktní datový typ (ADT)

Matematický model

= množina ***druhů dat*** (hodnot) a příslušných ***operací***, které jsou přesně specifikovány, a to ***nezávisle na konkrétní implementaci***.

Datová struktura

Konkrétní implementace ADT v daném jazyce

= realizace (implementace) abstraktního datového typu (pomocí datových typů a konstrukcí daného jazyka)

Základní abstraktní datové typy (ADT)

- Některé abstraktní datové typy se neustále opakují
- Stojí za to je přesně definovat
- Stojí za to je implementovat v knihovnách nebo přímo v jazyce

- Příklady implementace:
  - Balík tříd java.util
  - STL (Standard Template Library) šablony v C++

Základní abstraktní datové typy (ADT)

Kontejner (kolekce)
= ADT na organizované skladování objektů podle určitých pravidel
(po implementaci je to např. třída, datová struktura)

Existuje bezprostřední následník?

ANO		**NE (je nutný klíč)**	
Sekvenční (lineární)		**Asociativní (nelineární)**	
Pole (Array)	S	Tabulka (Table, Map)	S,D
Zásobník (Stack)	D	Množina (Set)	D
Fronta (Queue)	**D**	**Strom (Tree)**	**D**

Počet složek: S - statický, D - dynamický ⇒ dále **dynamická množina**
Typ složek : stejný (homogenní), různý (nehomogenní) - neprobíráme

Operace nad dynamickou množinou

Modifikující operace (Používají odkaz $x \in S$ na prvek a ne klíč $k \in K$)

- `insert`(x, S) – vloží do množiny S prvek, na který ukazuje x
- `delete`(x, S) – vyjme z množiny S prvek na který ukazuje x

Dotazy (Queries)

- `search`(k, S) – vrací odkaz x na prvek s klíčem k, nebo `nil`, pokud k v S není

Slovník *(Dictionary)*

Pro úplně uspořádané klíče (pro lib. $a,b \in K$ platí právě jedno: $a<b$, $a=b$, nebo $a>b$)

- `min`(S) – vrací prvek s nejmenším klíčem
- `max`(S) – vrací prvek s největším klíčem
- `succ`(x, S) – pro prvek x vrací prvek s nejblíže vyšším klíčem, nebo `nil` pro největší prvek
- `pred`(x, S) – pro prvek x vrací prvek s nejblíže nižším klíčem, nebo `nil` pro nejmenší prvek

Další operace nad dynamickou množinou

Konstruktor

- **`init`(*S*)** – vytvoří a inicializuje kontejner

Modifikující operace

- **`clear`(*S*)** – vymaže všechny prvky v množině *S*

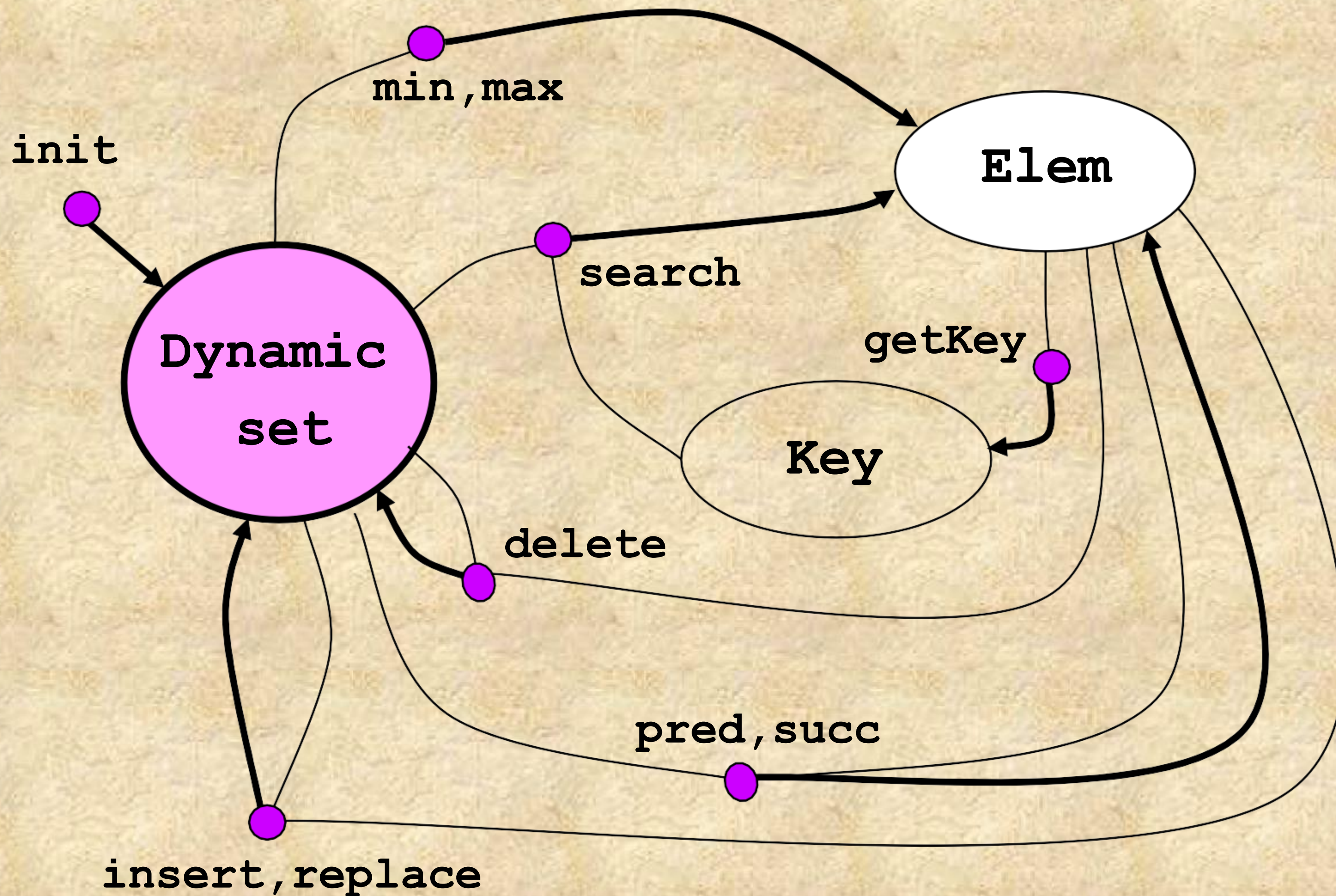
Dotazy (Queries)

- **`size`(*S*)** – vrací počet prvků v *S*

Predikáty (vracejí `true` / `false`)

- **`empty`(*S*)** – vrací logickou hodnotu, zda je množina *S* prázdná
- **`full`(*S*)** – vrací logickou hodnotu, zda je množina *S* plná (nutné při konkrétní implementaci)

Signatura dynamické množiny



Abstraktní datové typy

- ✓ **Pole (*Array*)**
- Zásobník (*Stack*)
- Fronta (*Queue*)
- Tabulka (*Table*)

- Množina bez opakování (Set)
- Množina s opakováním (MultiSet)
- Seznam (List)

Pole (Array)

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

- **VELMI frekventovaný** ADT
- ⇒ patří mezi typy poskytované běžnými prog. jazyky
- paměť počítače je také pole – jednorozměrné (1D)
- ⇒ všechny datové struktury se vlastně mapují do 1D pole
- ukážeme hlavně pro 2D, 3D,…,nD pole

Pole (Array)

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

(j → sloupce, i ↓ řádky)

Pole o rozměrech 2 x 3 prvky

- řádkový index i ∈ {6, 7}
- sloupcový index j ∈ {1, 2, 3}

`a[6,3] -> C` buňka pole na řádku 6, a sloupci 3

Pole (Array)

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

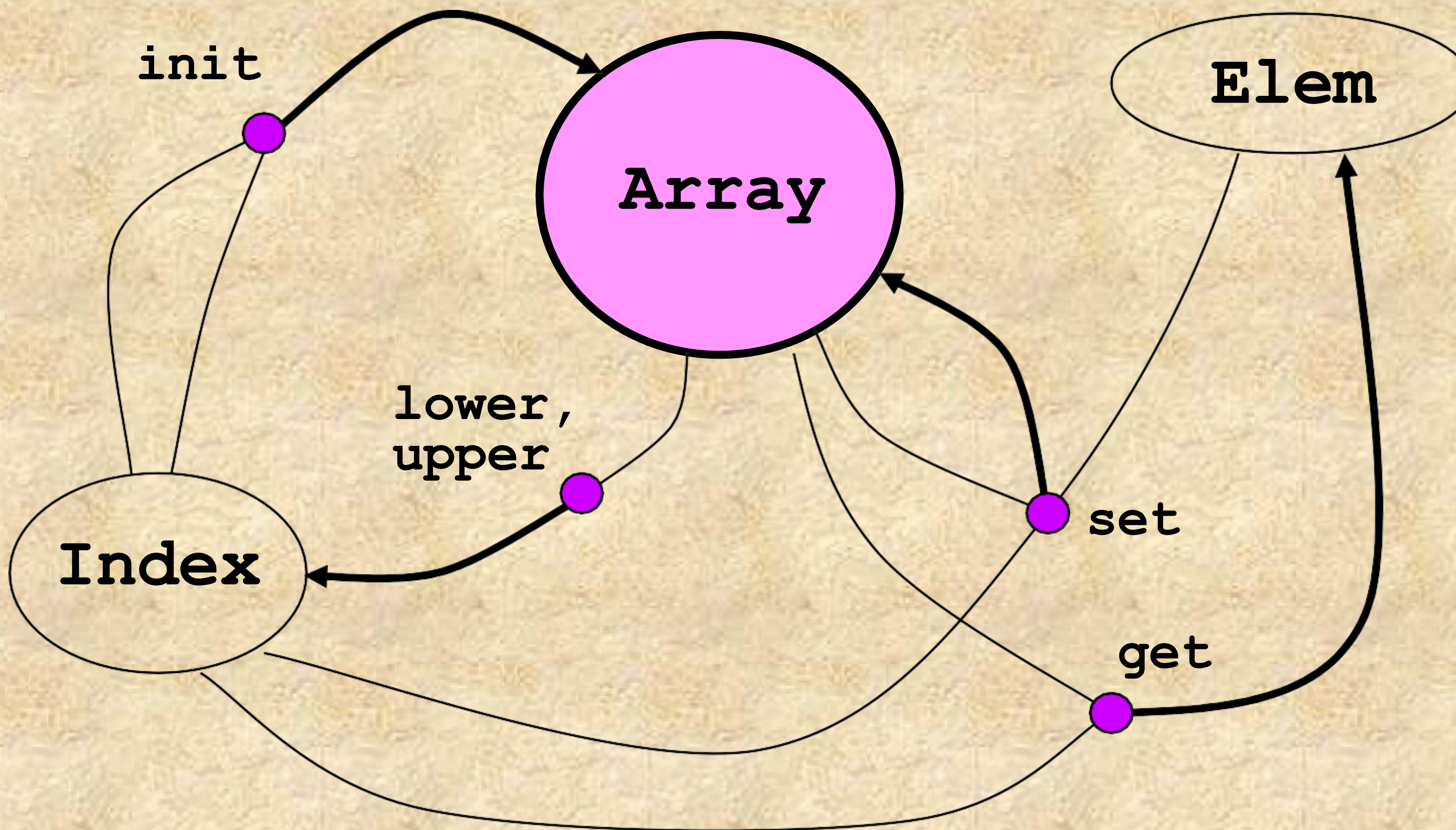
Vlastnosti

- prvky jsou ***stejného*** typu – *homogenní ADT*
- všechny prvky jsou ***současně*** v paměti
- ⇒ umožňuje rychlý ***náhodný přístup*** (*random-access*), pozici určují **indexy**
- ***známý počet*** prvků – *statický ADT*
- indexy jsou uspořádány – *lineární ADT*

```
a[6,3] -> C
```

- je dán počet dimenzí (*n) a* meze indexů
- přístup k prvkům – pomocí tzv. **mapovací funkce**

Signatura 1D pole

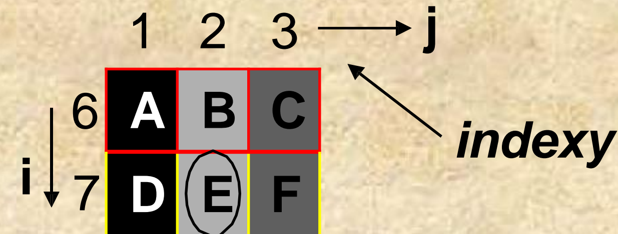


Implementace pole – mapovací funkce

Logická struktura

```
array a[6..7, 1..3]
```

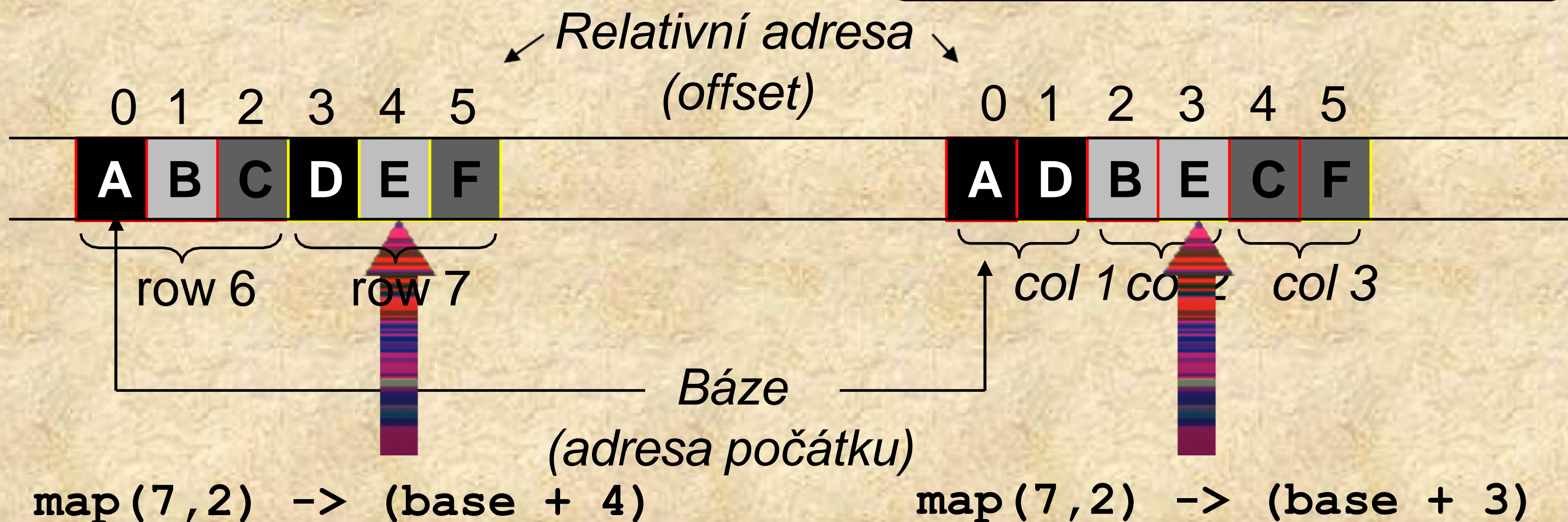
Příklad: `a[7,2]->E`



Fyzické umístění v paměti

Uložení po řádcích

Uložení po sloupcích




```
map(7,2) -> (base + 4)
```

```
map(7,2) -> (base + 3)
```

Implementace pole – mapovací funkce

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

Uložení po řádcích pro 2D

Adresa počátku pole (Báze)

Řádkový offset (# řádek k přeskočení)

Délka řádky = počet sloupců

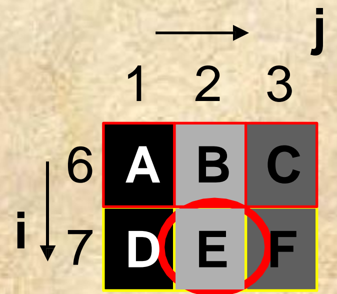
Sloupcový offset

$$map(i,j) = a(i_{min}, j_{min}) + (i-i_{min})\, n_j + (j-j_{min})$$

$$map(i,j) = a(0,0) + (i*n_j + j)$$ pro indexy od 0

$$n_j = j_{max} - j_{min} + 1$$

Relativní adresa prvku v 1D poli



Pro naše pole: $map(i, j) = a(6,1) + (i-6)*3 + (j-1)$

$map(7,2) = a(6,1) + (7-6)*3 + (2-1)$

$= a(6,1) + 4$

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

Implementace pole – mapovací funkce

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

Uložení po řádcích pro 3D

adresa báze · vrstva · řádek · sloupec

$$map(i,j,k) = a(i_{min}, j_{min}, k_{min}) + (i-i_{min})\, n_j\, n_k + (j-j_{min})\, n_k + (k-k_{min})$$

$$map(i,j,k) = a(0,0,0) + (i*n_j + j) * n_k + k$$ pro indexy od 0

relativní adresa prvku
(element offset)

Implementace pole – mapovací funkce

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

Uložení po sloupcích pro 2D

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

adresa počátku pole (Báze)

sloupcový offset (# řádek k přeskočení)

délka sloupce = počet řádků

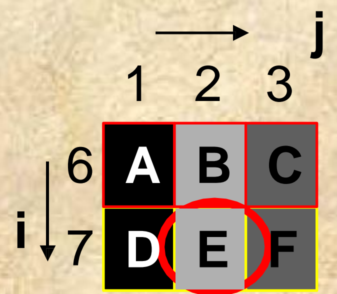
řádkový offset

$$map(i,j) = a(i_{min}, j_{min}) + (j-j_{min}) n_i + (i-i_{min})$$

$$map(i,j) = a(0,0) + (j*n_i + i)$$ pro indexy od 0

$$n_i = i_{max} - i_{min} + 1$$

Relativní adresa prvku v 1D poli



Pro naše pole: map(i, j) = a(6,1) + (j-1)*2 + (i-6)

map(7,2) = a(6,1) + (2-1)*2 + (7-6)

= a(6,1) + 3

0	1	2	3	4	5
A	D	B	E	C	F

Implementace pole – mapovací funkce

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

Uložení po sloupcích pro 3D

adresa báze

$$map(i,j,k) = a(i_{min}, j_{min}, k_{min}) + (k-k_{min})\, n_j\, n_i + (j-j_{min})\, n_i + (i-i_{min})$$

$$map(i,j,k) = a(0,0,0) + (k*n_j + j) * n_i + i$$ pro indexy od 0

relativní adresa prvku
(element offset)

Pole - shrnutí

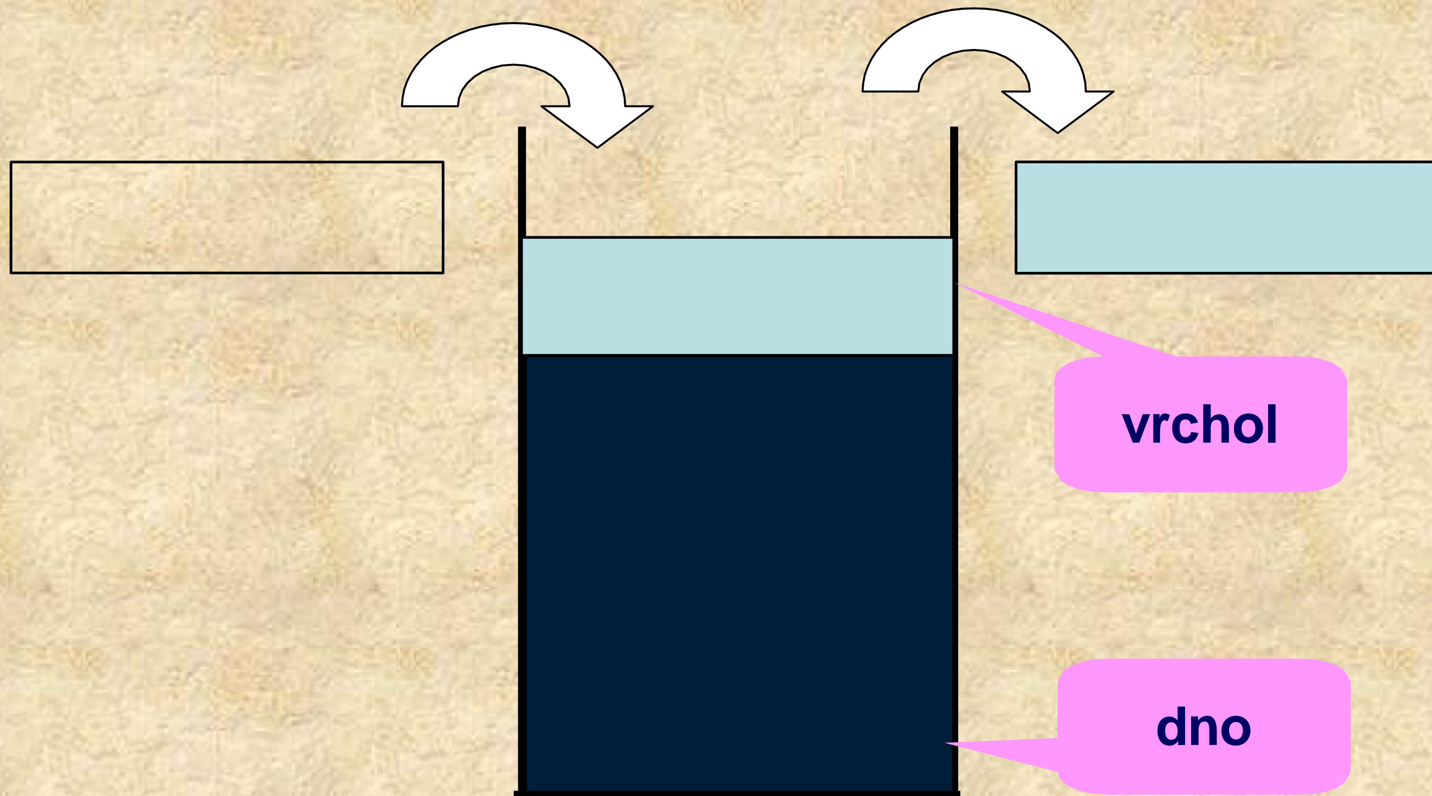
- nejpoužívanější ADT v počítačích (i paměť je pole)
- pevný počet prvků (při vytváření dán počet dimenzí *n a* meze indexů)
- všechny prvky *současně* v paměti
- rychlý *náhodný přístup* (*random-access*) → *INDEX*
  pomocí mapovací funkce *map(indexy)* → *adresa*
- všechny prvky *stejného* typu – *homogenní*
- je *známý počet* prvků – *statické*
- indexy uspořádány – *lineární*

Abstraktní datové typy

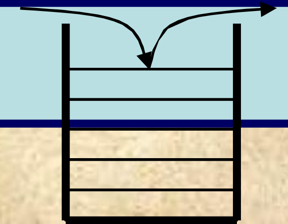
- Pole (*Array*)
- ✓ **Zásobník (*Stack*)**
- Fronta (*Queue*)
- Tabulka (*Table*)

- Množina bez opakování (Set)
- Množina s opakováním (MultiSet)
- Seznam (List)

Zásobník (Stack)



Zásobník (Stack)



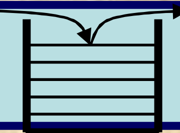
Použití

- odložení informace, výběr v opačném pořadí (návrat z procedury, uzlové body cesty, náboje v pistoli, průchod stromem do hloubky,...)

Vlastnosti

- LIFO = *Last-in, First-out* („poslední tam, první ven“)
- přístup pouze k prvku *na vrcholu (top)*
- vkládání pouze na vrchol (*top*)
- *homogenní, lineární, dynamický*

Signatura zásobníku



length

Nat

init

Stack

Elem

max

isEmpty
isFull

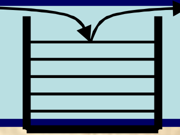
push

Bool

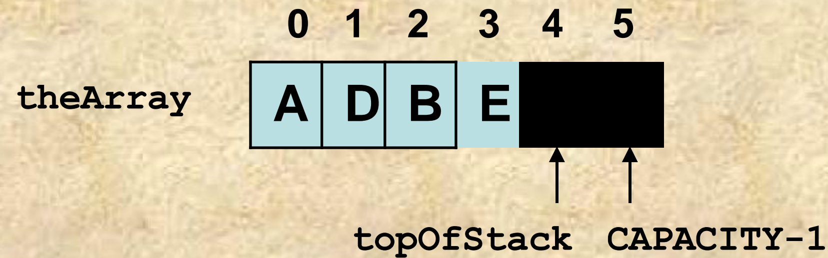
pop

top

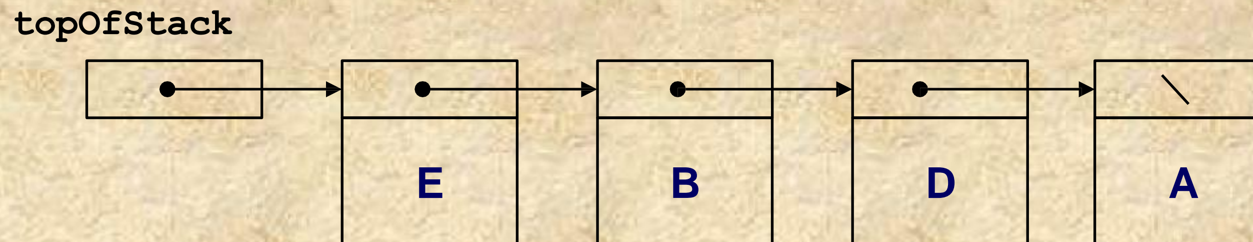
Implementace zásobníku



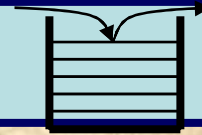
použitím pole



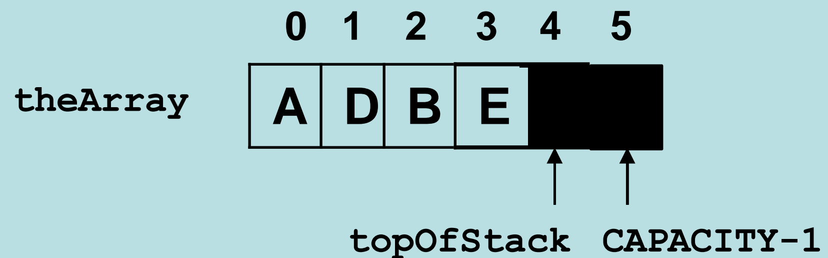
použitím dynamické paměti



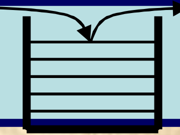
Implementace zásobníku v poli



```
// *****************PUBLIC OPERATIONS********************
// void push( x )           --> Insert x
// void pop( )              --> Remove most recently inserted item
// Object top( )            --> Return most recently inserted item
// boolean isEmpty( )       --> Return true if empty; else false
// boolean isFull( )        --> Return true if full; else false
// void init( )             --> Remove all items
// int max( )               --> Return stack capacity
// int length( )            --> Return actual # of elements in stack
   public interface Stack {
        void    push( Elemt x );
        void    pop( );
        Object  top( );
        boolean isEmpty( );
        boolean isFull( );
        void    init( );
        int     max( );
        int     length( );
   }
```

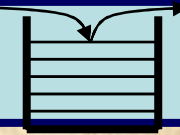


Implementace zásobníku v poli



```
public class ArrayStack implements Stack {

    public ArrayStack( ) {
            theArray = new Object[ CAPACITY ];
            topOfStack = -1
    }
    public boolean isEmpty( ) {
            return topOfStack == -1;
    }
    public void init( ) {
            topOfStack = -1;
    }

    public Object top( ) {
            if( isEmpty( ) )
                throw new StackException( "ArrayStack top" );
            return theArray[ topOfStack ];
    }
    public void pop( ) {
            if( isEmpty( ) )
                throw new StackException( "ArrayStack pop" );
            topOfStack--;
    }
```

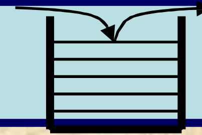
Implementace zásobníku v poli

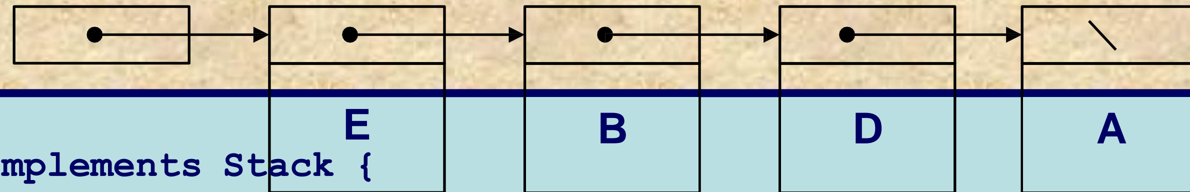


```
 public void push( Object x ) {
          if( topOfStack == CAPACITY - 1 )
              throw new StackException( "ArrayStack push" );
          theArray[ ++topOfStack ] = x;
}
boolean isFull( ) { ... // doplnte sami jako cviceni
}
int max( ) { ...         // doplnte sami jako cviceni
}
int length( ) { ...      // doplnte sami jako cviceni
}
private Object [ ] theArray;
private int        topOfStack;
private static final int CAPACITY = 10;
}
public class StackException extends RuntimeException {
    public StackException( String message ) {
        super( message );
    }
}
```

Jaká ja výpoetní složitost jednotlivých operací ?

Zásobník v dynamické paměti

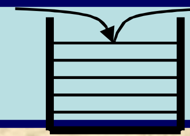


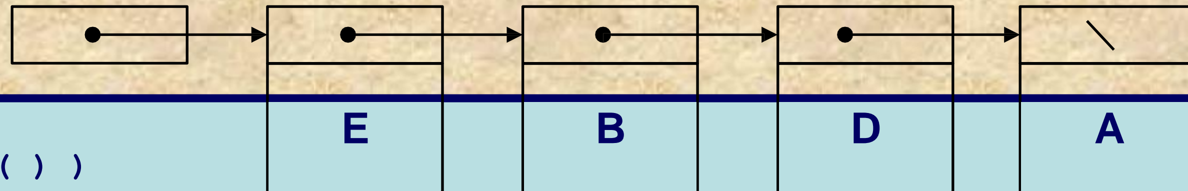



```
public class ListStack implements Stack {
    public ListStack( ) {
            topOfStack = null;
    }
    public boolean isEmpty( ) {
            return topOfStack == null;
    }
    public void init( ) {
            topOfStack = null;
    }
    public void push( Object x ) {
            topOfStack = new ListNode( x, topOfStack );
    }
    public void pop( ) {
            if( isEmpty( ) )
                throw new StackException( "ListStack pop" );
            topOfStack = topOfStack.next;
    }
```

Jaká je výpočetní složitost jednotlivých operací ?

Zásobník v dynamické paměti

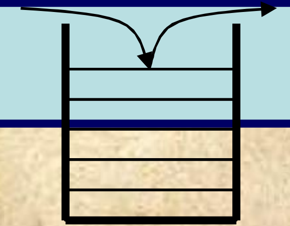





```
    public Object top( ) {
            if( isEmpty( ) )
                throw new StackException( "ListStack top" );
            return topOfStack.element;
        }
    boolean isFull( ) { ...
    }
    int max( ) { ...
    }
    int length( ) { ...
    }
    private ListNode topOfStack;
   }
```

```
class ListNode {
    public ListNode( Object theElement, ListNode n ) {
        element = theElement;   next = n;
    }
    public Object   element;
    public ListNode next;
}
```

Zásobník – Shrnutí



Vlastnosti

- LIFO = *Last-in, First-out* („poslední tam, první ven“)
- přístup pouze k prvku *na vrcholu (top)*
- vkládání pouze na vrchol (*top*)
- *homogenní, lineární, dynamický*

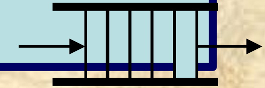
Abstraktní datové typy

- Pole (*Array*)
- Zásobník (*Stack*)
- ✓ **Fronta (*Queue*)**
- Tabulka (*Table*)

- Množina bez opakování (Set)
- Množina s opakováním (MultiSet)
- Seznam (List)

Fronta (*Queue*)

Fronta (*Queue*)



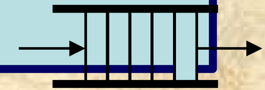
Použití

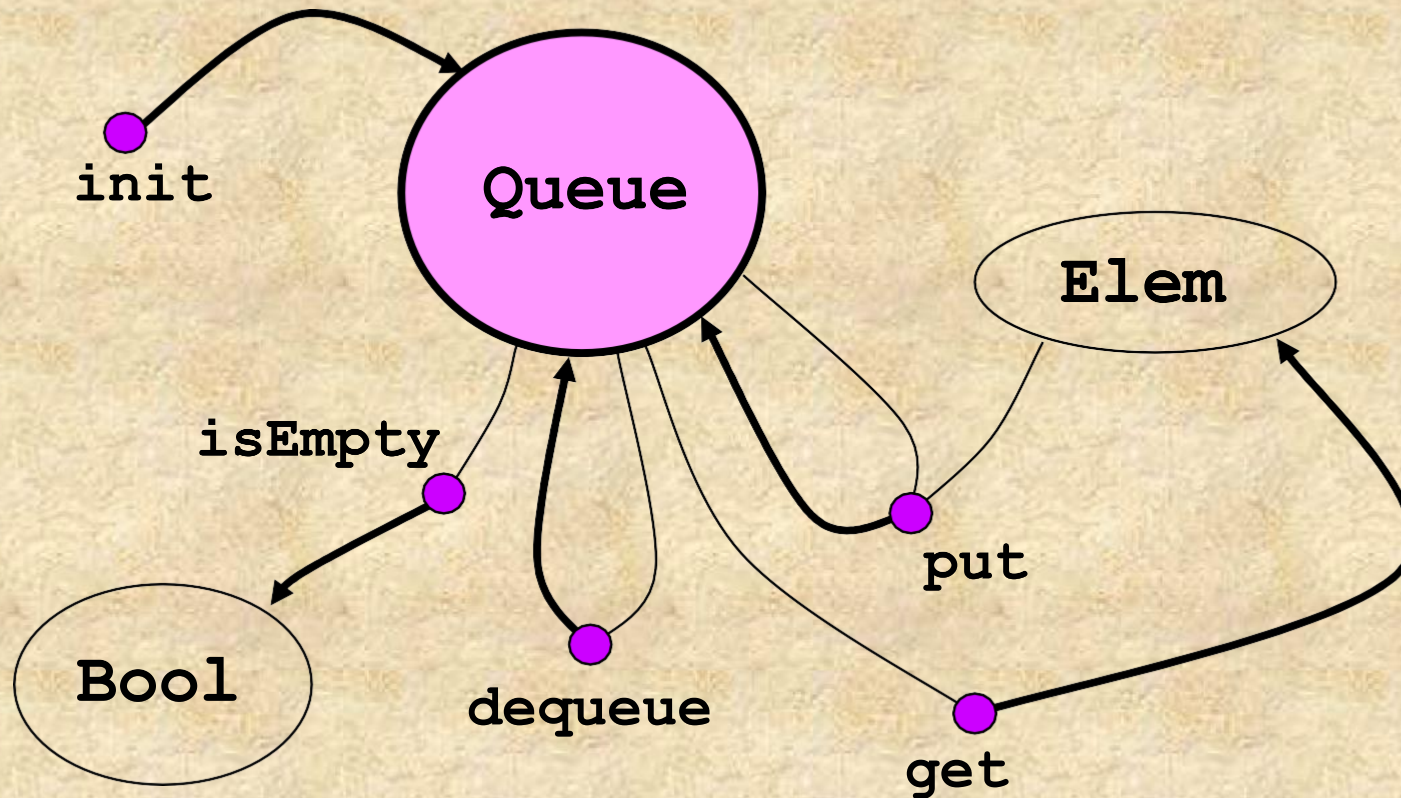
- Odložení informace, výběr ve stejném pořadí, jako se vkládalo
- Průchod stromem či grafem do šířky – algoritmus vlny,...
- Obsluha sdílených prostředků (fronta na tiskárnu, fronta na pivo,…)

Vlastnosti

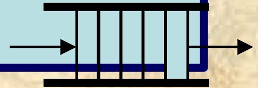
- FIFO = *First-in, First-out* („Kdo dřív příjde, ten dřív mele“)
- přístup pouze k prvku *na* začátku (čelo, head)
- vkládání pouze na konec fronty (konec, tail)
- *homogenní, lineární, dynamická*

Signatura fronty



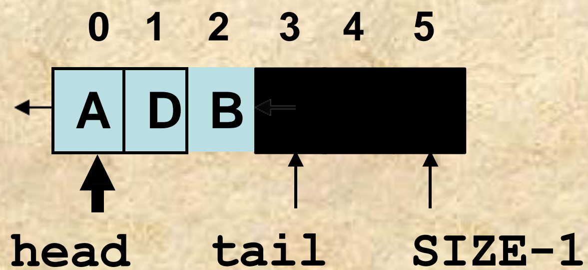


Implementace fronty

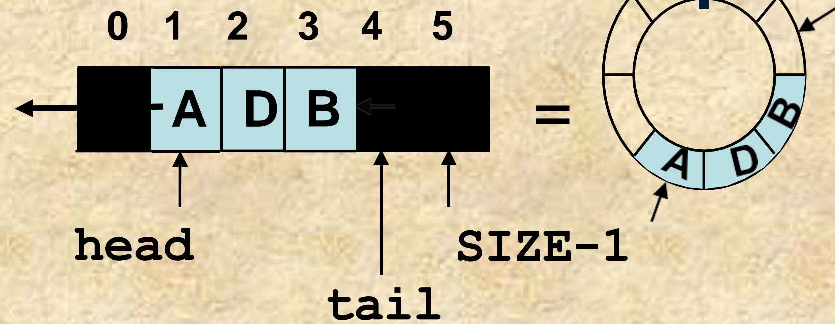


pomocí pole

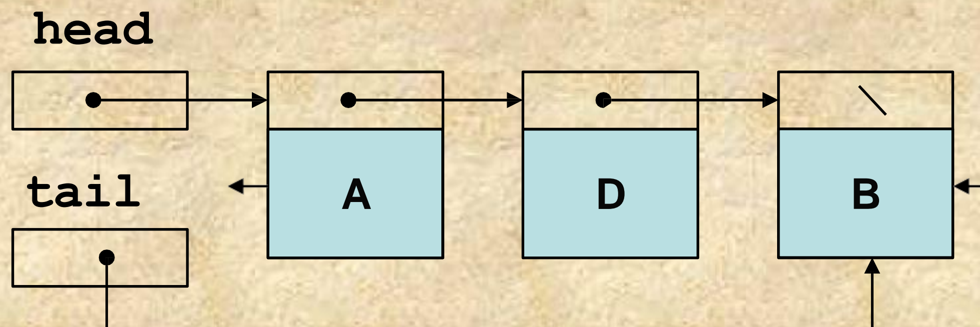
lineární (naivní)



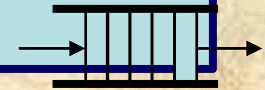
kruhová



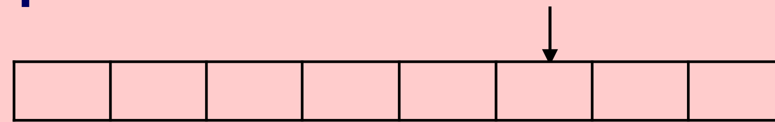
pomocí dynamické paměti

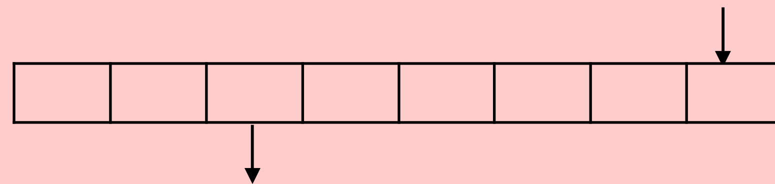


Typické implementace fronty

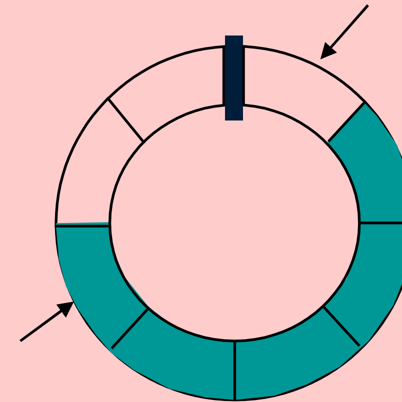


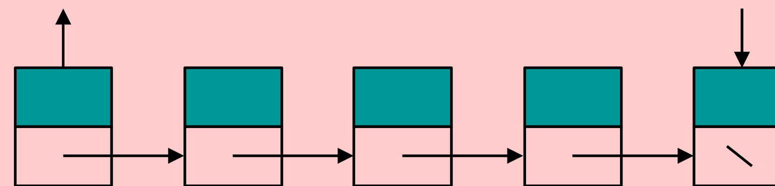
Různé implementace

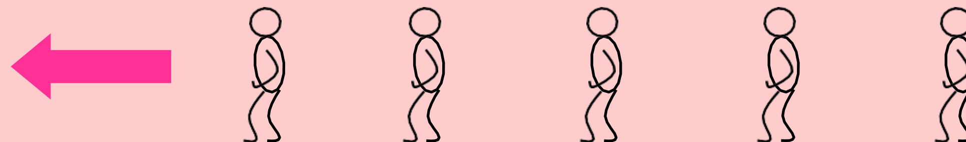




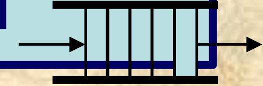
=





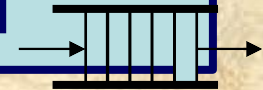


Implementacte fronty v kruhovém poli



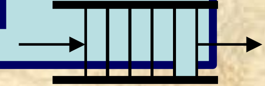
```
// *****************PUBLIC OPERATIONS*********************
// void put( x )            --> Insert x
// Object get( )            --> Return least recently inserted item
// void dequeue( )          --> Remove least recent item
// boolean isEmpty( )       --> Return true if empty; else false
// void init( )             --> Remove all items
public class ArrayQueue implements Queue {
    public ArrayQueue( ) {
        theArray = new Object[ CAPACITY ];
        init( );
    }
    public boolean isEmpty( ) {
        return currentSize == 0;
    }
    public void init( ) {
        currentSize = 0;
        head = 0;
        tail = -1;
    }
```

Implementace fronty v kruhovém poli



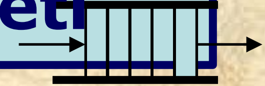
```
public void dequeue( ) {
    if( isEmpty( ) )
        throw new QueueException( "ArrayQueue delFront" );
    currentSize--;
    head = increment( head );
}

public Object get( ) {
    if( isEmpty( ) )
        throw new QueueException( "ArrayQueue front" );
    return theArray[ head ];
}
public void put( Object x ) {
    if( currentSize == CAPACITY )
        throw new QueueException( "ArrayQueue insLast" );
    back = increment( tail );
    theArray[ tail ] = x;
    currentSize++;
}
```

Implementace fronty v kruhovém poli



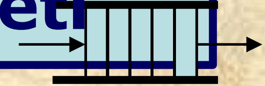
```
    private int increment( int x ) {
        if( ++x == CAPACITY )
            x = 0;
        return x;
    }

    private Object [ ] theArray;
    private int        currentSize;
    private int        head;
    private int        tail;

    private static final int CAPACITY = 10;
}

public class QueueException extends RuntimeException {
    public QueueException( String message ) {
        super( message );
    }
}
```

Implementace fronty v dynamické paměti



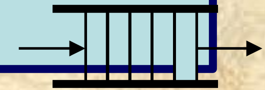
```
public class ListQueue implements Queue {
    public ListQueue( ) {
        head = tail = null;
    }
    public boolean isEmpty( ) {
        return head == null;
    }
    public void put( Object x ) {
        if( isEmpty( ) )              // Make queue of one element
            tail = head = new ListNode( x );
        else                          // Regular case
            tail = tail.next = new ListNode( x );
    }

    public Object dequeue( ) {
        if( isEmpty( ) )
            throw new QueueException( "ListQueue dequeue" );
        Object returnValue = head.element;
        head = head.next;
        return returnValue;
    }
```

Implementace fronty v dynamické paměti



```
    public Object get( ) {
        if( isEmpty( ) )
            throw new UnderflowException( "ListQueue get" );
        return head.element;
    }

    public void init( ) {
        head = null;
        tail = null;
    }

    private ListNode head;
    private ListNode tail;
}

class ListNode {          // viz dynamicka implementace zasobniku
    ...
}
```

Fronta – Shrnutí



- použití na úlohy hromadné obsluhy, procesy v počítači, …

- FIFO = *First-in, First-out* („*Kd*o dřív přijde, ten dřív mele“)
- *přístup pouze k prvnímu prvku (head)*
- vkládání pouze na konec (*tail*)
- *homogenní, lineární, dynamická*

Axiomatická sémantika

Dosud jsme nepoužili formální (matematický, axiomatický) způsob popisu operací v ADT.

Signaturu lze místo obrázku vyjádřit přesněji i jinak (existují definiční jazyky Claude, Maude a další):

Příklad ADT Bool (logická hodnota)
Druhy:

```
Bool
```

Operace:

```
true, false: Bool           (konstanty, nulární operace)
not(_): Bool -> Bool        (unární operace)
and(_,_): Bool,Bool -> Bool (binární op.)
or(_,_) : Bool,Bool -> Bool
```

ADT Logická hodnota

Pomocí operaci ADT můžeme vytvářet smysluplné výrazy:

- stav instance ADT popsán výrazem, který ho zkonstruuje
- výraz
  - se skládá z názvů operací a proměnných
  - lze zjednodušit, pokud najdu odpovídající axiom ("pravidlo")
  - porovnává se textově (pattern matching)
  - stejný stav ADT lze popsat více výrazy
- axiom má podobu rovnosti výrazů

Příklad:

axiom `not(true) = false`

znamená "místo `not(true)` lze psát `false`"

Sémantika ADT Logická hodnota

```
not(true)  = false     (1)
not(false) = true      (2)

and(x, true) = x       (3)
and(x,false) = false   (4)
and(x,y) = and(y,x)    (5)

or(x, true) = true     (6)
or(x,false) = x        (7)
or(x,y) = or(y,x)      (8)
```

negace

logický součin AND

logický součet OR

ADT Logická hodnota

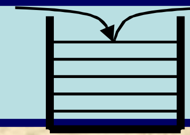
Ukázky úpravy výrazů - cílem je co nejjednodušší výraz

```
not(not(true)) = not(false) =        neboť not(true)=false (1)
                   = true                neboť not(false)=true (2)

and( or(x,true), or(y, false) )  =    podle (6)
 = and( true, or(y, false) ) =        podle (7)
 = and( true, y ) =                   podle (5)
 = and( y, true )  = y                podle (3)

and(not(x),not(y))
```

neumíme pomocí daných axiomů upravit, museli bychom doplnit axiom:

```
and(not(x), not(y)) = not( or(x,y) )
```

ADT Stack (Zásobník)

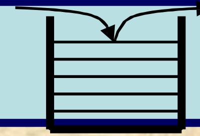


Jak by to vypadalo pro zásobník

Operations:

```
init: -> Stack
isEmpty(_): Stack -> Bool
push(_,_): Elem, Stack -> Stack
top(_): Stack -> Elem
pop(_): Stack -> Stack

length(_): Stack  -> Nat
max: -> Nat
isFull(_): Stack  -> Bool
```
... omezení počtu prvků

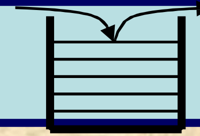
ADT Stack (Zásobník)



Axiomy zásobníku:

```
isEmpty( init ) = true
isEmpty( push( e, s )) = false

top( init ) = error_elem
top( push( e, s )) = e

pop( init ) = init
pop( push( e, s )) = s
```

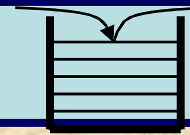
ADT Stack (Zásobník)



```
1.    isEmpty( init() ) = true
2.    isEmpty( push( e, s )) = false


isEmpty( push("X", push("Y", pop( push( "A", init() ))))) =
  = false


isEmpty( pop( push( "A", init() ))) = ???
```

… potřebujeme další axiomy

ADT Stack (Zásobník)



```
 3.   top( init() ) = error_elem()
 4.   top( push( e, s )) = e

top( push("X", push("Y", pop( push( "A", init() ))))) =
  = "X"
top( init() ) = error_elem
top( pop( push( "A", init() ))) = ???
```

… opět potřebujeme další axiomy

```
 5.   pop( init ) = init()
 6.   pop( push( e, s )) = s

pop( push("A", init() )) = init()
pop( push("X", push("Y", pop( push( "A", init() )))))
 = push("Y", pop( push( "A", init() )))
 = push("Y", init() )
```

Abstraktní datové typy

- Pole (*Array*)
- Zásobník (*Stack*)
- Fronta (*Queue*)
- ✓ **Tabulka (*Table*)** **.... příště**

- Množina bez opakování (Set)
- Množina s opakováním (MultiSet)
- Seznam (List)

Prameny

- **Cormen, Leiserson, Rivest, Stein: Introduction to Algorithms, MIT Press, 1990**

- Jan Honzík: Programovací techniky, skripta, VUT Brno, 19xx
- Karel Richta: Datové struktury, skripta pro postgraduální studium, ČVUT Praha, 1990
- Bohuslav Hudec: Programovací techniky, skripta, ČVUT Praha, 1993
- Miroslav Beneš: Abstraktní datové typy, Katedra informatiky FEI VŠB-TU Ostrava, http://www.cs.vsb.cz/benes/vyuka/upr/texty/adt/index.html

References

- Steven Skiena: The Algorithm Design Manual, Springer-Verlag New York, 1998 http://www.cs.sunysb.edu/~algorith
- Code exapmples: M.A.Weiss: Data Structures and Problem Solving using JAVA, Addison Wesley, 2001, code web page: http://www.cs.fiu.edu/~weiss/dsj2/code/code.html
- Paul E. Black, "abstract data type", in *Dictionary of Algorithms and Data Structures* [online], Paul E. Black, ed., U.S. National Institute of Standards and Technology. 10 February 2005. (accessed 10.2006) Available from: http://www.nist.gov/dads/HTML/abstractDataType.html
- "Abstract data type." Wikipedia, The Free Encyclopedia. 28 Sep 2006, 19:52 UTC. Wikimedia Foundation, Inc. 25 Oct 2006 http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Abstract_data_type&oldid=78362071