

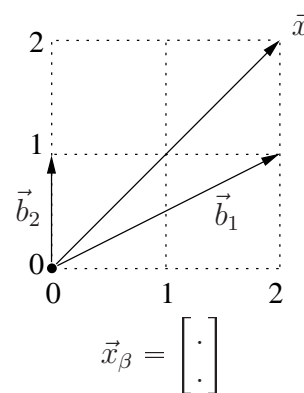
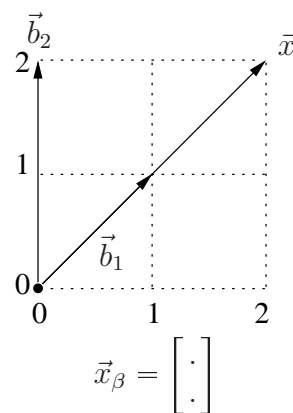
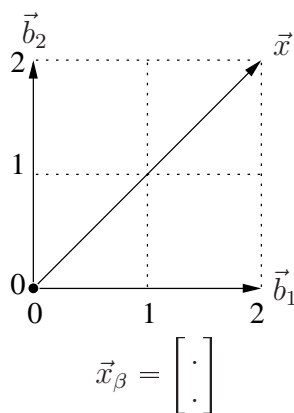
1. Doplňte vektory \vec{b}_2 a \vec{b}_3 na bázi v \mathbb{R}^3 : $\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$ $\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$

2. Do () označte lineárně závislé množiny vektorů LZ, lineárně nezávislé LN:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\} \quad \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

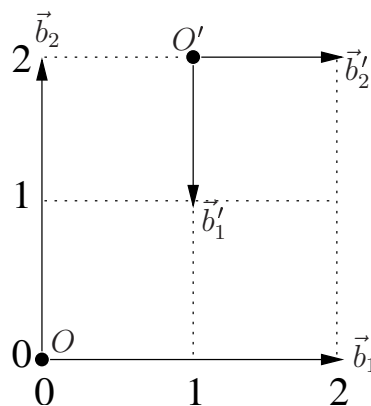
() () ()

3. Napište souřadnice vektoru \vec{x} v uspořádané bázi $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$:



4. Vektor \vec{x} má v uspořádané bázi \vec{b}_1, \vec{b}_2 souřadnice $(1, -1)$. Jaké souřadnice má v bázi $\vec{b}'_1 = 2\vec{b}_1, \vec{b}'_2 = \vec{b}_1 - \vec{b}_2$?

5. Následující obrázek zachycuje dvě souřadné soustavy (O, β) a (O', β') , s bázemi $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ a $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$



(a) Napište souřadnice vektorů báze β v bázi β' .

(b) Napište souřadnice vektorů báze β' v bázi β .

(c) Napište vzorec pro přepočítání souřadnic vektoru \vec{x}_β zaměřujícího obecný bod X v souřadné soustavě (O, β) na souřadnice vektoru $\vec{x}'_{\beta'}$ zaměřujícího X v souřadné soustavě (O', β') a dosadte do něj konkrétní hodnoty podle obrázku.

6. Napište bázi jednodimenzionálního podprostoru \mathbb{R}^3 , ve kterém se protínají dva dvoudimenzionální podprostory \mathbb{R}^3 zadané bázemi

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Změňte v následující matici jeden prvek, aby měla hodnotu rovnu jedné

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Najděte všechna řešení soustav

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

9. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10. Kolik kořenů včetně násobností má rovnice $x^6 + x^4 - x^2 - 1 = 0$ v oboru komplexních čísel? Najděte co nejvíce jejích kořenů.

K řešení použijte další papíry, podepište je a přiložte je.