

## Zasobníkový automat

V dnešní úloze máme rozhodnout, zda daný zásobníkový automat přijímá dané slovo prázdným zásobníkem. Protože je to v této obecnosti příliš nesnadný úkol, zavedli jsme zjednodušení: Máme rozhodnout, zda k přijetí daného slova prázdným zásobníkem stačí, aby automat vykonal nejvýše  $p$  vnitřních přechodů, kde  $p$  je celé kladné číslo.

### Vstup

Na vstupu je nejprve popis zásobníkového automatu a potom následuje seznam slov, o nichž máme rozhodnout, zda je automat přijme, či nikoli.

Popis zásobníkového automatu začíná řádkem, na kterém je uveden počáteční symbol zásobníku představovaný jediným znakem. Na dalším řádku je uvedeno celé číslo  $m$  představující počet přechodových pravidel automatu. Na dalších  $m$  řádcích je uveden seznam všech přechodových pravidel, přičemž každé pravidlo je zapsáno na jednom řádku. Pravidla mohou být v seznamu uvedena v libovolném pořadí. Formát zápisu pravidla má tvar

$N_1$  mezeru  $A$  mezeru  $S_1$  šipka mezeru  $N_2$  mezeru  $S_2$ , kde

$N_1$  je číslo výchozího stavu daného přechodu,

$A$  je čtený symbol, je to jediný znak,

$S_1$  je řetězec na vrcholu zásobníku

šipka je řetězec  $\rightarrow$  se dvěma znaky: minus a větší než,

$N_2$  je číslo koncového stavu daného přechodu,

$S_2$  je nový řetězec na vrcholu zásobníku, jímž je nahrazen  $S_1$ .

V řetězcích  $S_1, S_2$  předpokládáme, že vrchol zásobníku je vpravo, dno vlevo, tj. zásobník roste doprava. Čtený symbol nebo řetězec na vrcholu zásobníku mohou být prázdné. Na příslušných místech v pravidlech se proto může objevit symbol  $\varepsilon$  (epsilon), pro nějž je vyhrazen znak \$, který se nevyskytuje v žádné z abeced automatu. Žádná z abeced automatu neobsahuje bílý znak, tj. mezeru, tabulátor atd. Stavů automatu jsou souvisle číslovány počínaje nulou.

Příklady zápisu přechodových pravidel:

2 y ABC  $\rightarrow$  2 CBA

3 \$ AB  $\rightarrow$  2 B

0 \$ \$  $\rightarrow$  2 \$

Za popisem automatu následuje seznam vstupních slov, označme je v tomto textu  $s_1, s_2, \dots, s_d$ . Na prvním řádku seznamu je uvedena délka seznamu – kladné celé číslo  $d$ . Dále následuje  $d$  řádků, přičemž na každém je nejprve uvedena hodnota  $p_i$  příslušející slovu  $s_i$  ( $1 \leq i \leq d$ ) a potom za mezerou samotné slovo  $s_i$ .

Vstup neobsahuje prázdné řádky ani nadbytečné mezery nebo jiné znaky. Vstupní ani zásobníková abeceda nejsou explicitně zadány, předpokládáme, že obsahují právě symboly (kromě epsilon), které se vyskytnou v daných přechodových pravidlech.

### Výstup

Na výstupu se objeví stejný seznam slov  $s_i$  a jim příslušejících hodnot  $p_i$  jako na vstupu (je zachováno pořadí slov v seznamu a seznam je opět uveden řádkem s délkou seznamu) s tím rozdílem, že na výstupu je navíc každý prvek seznamu uveden znakem 1 nebo 0 následovaným mezerou. Znak 1 znamená, že automat slovo  $s_i$  přijme prázdným zásobníkem s použitím nejvýše  $p_i$  přechodů, znak 0 znamená, že to není možné.

### Příklady

Pro pohodlí řešitelů poskytujeme příklady tří automatů. Protože jazyky, které přijímají, jsou velmi přehledné, mohou se tyto automaty dobře hodit pro ladění programu.

**Příklad 1.**

Jazyk slov ve tvaru  $a^i b^k f$  nad abecedou  $\{a, b, f\}$ , kde  $i > k \geq 0$ .

Vstup:

```
#
7
0 a $ -> 0 B
0 b B -> 1 $
0 f B -> 2 $
1 b B -> 1 $
1 f B -> 2 $
2 $ B -> 2 $
2 $ # -> 2 $
5
3 af
5 aabf
7 aabfb
5 aaabfb
7 aaabfb
```

Výstup:

```
5
1 3 af
1 5 aabf
0 7 aabfb
0 5 aaabfb
1 7 aaabfb
```

**Příklad 2.**

Jazyk palindromů nad abecedou  $\{a, b\}$ .

Vstup:

```
#
6
0 a $ -> 0 a
0 b $ -> 0 b
0 $ $ -> 0 S
0 $ aSa -> 0 S
0 $ bSb -> 0 S
0 $ #S -> 0 $
5
6 ab
6 aa
15 abbbbbbba
15 abaaabaa
15 bbbaabbbb
```

Výstup:

```
5
0 6 ab
1 6 aa
1 15 abbbbbbba
0 15 abaaabaa
1 15 bbbaabbbb
```

**Příklad 3.**

Jazyk aritmetických výrazů s jednou proměnnou, bez konstant.

Vstup:

```
E
11
0 $ E -> 0 T+E
0 $ E -> 0 T
0 $ T -> 0 F*T
0 $ T -> 0 F
0 $ F -> 0 )E(
0 $ F -> 0 a
0 a a -> 0 $
0 + + -> 0 $
0 * * -> 0 $
0 ( ( -> 0 $
0 ) ) -> 0 $
5
12 a+a*a
13 a+a*a
20 a+a+a
20 a+*+a
30 (a+a)*(a+a)
```

Výstup:

```
5
0 12 a+a*a
1 13 a+a*a
1 20 a+a+a
0 20 a+*+a
1 30 (a+a)*(a+a)
```